

## Teleportación: ¿ciencia ficción o física?

En este capítulo analizaremos en detalle las características de uno de los procesos más notables que permite la mecánica cuántica: la teleportación (o teletransportación). En su versión “mágica” este proceso es descrito como uno por el cual un objeto (un ser humano) ingresa a un laboratorio en algún lugar del espacio (Laboratorio A) y tras desvanecerse se reconstruye en otro laboratorio distante (Laboratorio B). Esta versión mágica puede verse, por ejemplo, en la serie “Star Trek”. En apariencia, el objeto se materializa nuevamente en B, donde aparentemente reaparece “de la nada”. Esta versión mágica es obviamente incompatible con las leyes de la física: la materia no puede aparecer de la nada. Veremos que, para que haya teletransportación en primer lugar debe haber transporte de materia entre A y B. Este transporte debe involucrar materia en un estado especial: un estado entrelazado. Este es el sostén material requerido por la teleportación. Una vez que se establece este “canal”, formado por materia entrelazada distribuida entre A y B, (sin que se rompa el entrelazamiento en el proceso de distribución), el mismo puede ser usado para teleportar. En resumen: *el entrelazamiento es el recurso necesario para teleportar.*

El procedimiento de teleportación es simple y puede ser descrito en palabras del siguiente modo: a) se establece un canal de materia entrelazada, distribuida entre A y B; b) en el laboratorio A ingresa un objeto a teleportar, que está preparado en un estado cuántico desconocido. c) En el laboratorio A se realiza una medición proyectiva que determina alguna propiedad conjunta de la materia presente en dicho laboratorio es decir, una propiedad conjunta de la materia a teleportar y la entrelazada. d) El resultado de la medición realizada es enviado de manera clásica (por vía de una comunicación telefónica, por ejemplo) entre A y B, e) Una vez que B recibe la información sobre el resultado,  $r$  de la medición, realiza una operación

unitaria  $U_r$  en su laboratorio de modo tal que una vez aplicada dicha operación, la materia presente en ese laboratorio queda preparada en el mismo estado cuántico en el que se encontraba el objeto que ingresó al laboratorio A.

Es interesante recalcar que consideramos que hay una sola copia del objeto a teleportar. Esto implica que el estado de este objeto no puede ser determinado experimentalmente. Si tuvieramos un gran número de copias del objeto a teleportar podríamos hacer medidas en distintas bases para averiguar el estado y luego explicarle a los colegas del laboratorio B como construir uno igual. Este no es ese caso. Estudiaremos el caso en que hay solo una copia del objeto a teleportar. Queremos teleportarlo sin determinar su estado.

Como veremos, en el caso de la teleportación de un spin, es necesario distribuir un par de spines en algún estado de Bell y luego realizar una medición proyectiva sobre la base de Bell de los espines presentes en A. En general necesitaremos un estado entrelazado "tan grande como el que queremos teleportar para que el protocolo funcione.

En síntesis, para teleportar hace falta materia entrelazada distribuida entre dos sitios distantes (la estación de partida y la de llegada). Y lo que se teleporta no es la materia sino el estado cuántico en el que ella se encuentra.

El procedimiento de teleportación fue propuesto originalmente por un quinteto de físicos muy originales en 1993 (Bennett, Brassard, Josza, Peres y Wootters) y fue demostrado en experimentos notables en varios dispositivos físicos. A diferencia de la versión mágica en la que la materia parece aparecer de la nada, en esta versión "física" de la teleportación la materia está en el laboratorio B (y en A) antes de la llegada del objeto a teleportar. O sea, nada se origina de la nada. El procedimiento, notablemente, reorganiza la materia en B de modo tal que adquiere la identidad deseada, sin que en el proceso aprendamos nada sobre cuál es esa identidad. Uno de los creadores de esta idea, Asher Peres, dictó una conferencia en la Universidad de California en Santa Barbara durante uno de los workshops que más contribuyeron al desarrollo de la "información cuántica". A la hora de las preguntas, un señor le preguntó a Asher, provocativamente: "Usted piensa que alguna vez llegaremos a teleportar el alma?". Asher Peres, que era un hombre de un sentido del humor comparable a su enorme inteligencia, le contestó: "¡¡Sólo teleportamos el alma!!". Esa metáfora captura parte de la esencia de la teleportación, que es un proceso en el cual la materia pre-existente adquiere la identidad (el estado cuántico, que sin duda es el "alma" de la mecánica cuántica) del objeto deseado.

En este capítulo, describiremos en detalle como deberíamos proceder para teleportar un átomo entre dos cavidades distantes. Si bien este experimento todavía no fue hecho, la propuesta presentada en 1996 por Davidovich, Haroche y otros, no solamente es realista sino que utiliza la misma física que la que describimos en el capítulo anterior.

## 16.1. La evolución temporal representada como un circuito. Operaciones elementales.

Utilizaremos la notación gráfica para representar evolución temporal que introdujimos en el capítulo de computación cuántica 8. En esta notación las acciones externas obligan al sistema a evolucionar de una determinada manera durante un cierto tiempo. Típicamente estas acciones corresponden a prender o apagar campos externos tales como aquellos que generan oscilaciones de Rabi sobre un sistema de dos niveles. También pueden corresponder a prender o apagar interacciones entre dos sistemas físicos.

El ejemplo típico es el que vimos en el capítulo de electrodinámica cuántica en cavidades 15: un átomo que atraviesa una cavidad e interactúa con el campo electromagnético atrapado en ella. En ese caso la interacción solamente tiene lugar durante un cierto tiempo, que es aquel durante el cual el átomo está en la zona central de la cavidad.

Para todos estos sistemas es útil pensar al operador de evolución como el producto (la composición) de operadores que corresponden a la evolución durante una etapa elemental en la cual la dinámica es de un cierto tipo. El operador de evolución total será entonces el producto de operadores elementales, durante los cuales el sistema evoluciona de manera relativamente simple. En estos casos es útil representar la dinámica mediante un circuito. En esos circuitos cada cable representa un sistema elemental, uno de los componentes del sistema completo.

Por ejemplo, para un sistema compuesto por la colección de  $n$  sistemas de spin  $1/2$  tendremos  $n$  cables. Como vimos, en el circuito el tiempo fluye de izquierda a derecha y la evolución se obtiene aplicando secuencialmente los operadores que aparecen de izquierda a derecha al estado inicial  $|\psi_{in}\rangle$  que figura a la izquierda del circuito. Si tenemos  $k$  operaciones elementales  $U_1, \dots, U_k$  que se aplican secuencialmente, entonces la evolución total es dada por  $U_T = U_1 \times \dots \times U_k$  y el estado final será  $|\psi_{out}\rangle = U_T |\psi_{in}\rangle$

En lo que sigue, usaremos las dos operaciones “elementales”: a) La transformación de Hadamard  $U_H$  (que a veces se anota simplemente como  $H$  pero no debe confundirse con un hamiltoniano!) y b) La transformación no-controlada o  $U_{CX}$  que describiremos más abajo.

La transformación de Hadamard se define como  $U_H = -i\sigma_x \exp(-i\frac{\pi}{4}\sigma_y)$ . Las propiedades de las matrices de Pauli implican que este operador es simplemente  $U_H = -i(\sigma_z + \sigma_x)/\sqrt{2}$ . Es decir, que en forma matricial tenemos

$$U_H = \frac{-i}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -1 \end{pmatrix}.$$

Esta transformación se puede inducir fácilmente sobre un sistema de spin  $1/2$  con dos pulsos sucesivos que induzcan, respectivamente, una rotación en  $\pi/2$  alrededor del eje  $\vec{e}_y$  y luego otra en  $\pi$  alrededor del eje  $\vec{e}_x$ . Para el caso de un átomo que atraviesa una zona de Ramsey este procedimiento es análogo al anterior. En

consecuencia, la operación  $U_H$  es una operación físicamente realizable de manera sencilla.

La siguiente operación que usaremos es  $U_{CX}$  que es un operador unitario definido mediante la siguiente tabla (definición por extensión):

$$\begin{aligned} U_{CX}|0,0\rangle &= |0,0\rangle & U_{CX}|0,1\rangle &= |0,1\rangle \\ U_{CX}|1,0\rangle &= |1,1\rangle & U_{CX}|1,1\rangle &= |1,0\rangle \end{aligned} \quad (16.1)$$

La acción de este operador pone en evidencia el motivo para su nombre: El estado del segundo sistema cambia (o es “negado” o invertido) si el primer sistema está en el estado  $|1\rangle$  mientras que permanece invariante si el primer sistema (el control) está en el estado  $|0\rangle$ . Es una operación de negación sobre el segundo qubit (el blanco), que está controlada por el primer qubit. El operador  $U_{CX}$  puede escribirse de la siguiente manera

$$U_{CX} = |0\rangle\langle 0| \otimes \mathbb{1} + |1\rangle\langle 1| \otimes \sigma_x. \quad (16.2)$$

En esta forma podemos ver que este operador está íntimamente relacionado con uno en el que dependiendo del estado del sistema de control, se aplica el operador  $-i\sigma_x$  en vez de  $\sigma_x$ . Esto es:

$$\begin{aligned} U_{CiX} &= |0\rangle\langle 0| \otimes \mathbb{1} - i|1\rangle\langle 1| \otimes \sigma_x. \\ U_{CiX} &= \exp\left(-i\frac{\pi}{2}|1\rangle\langle 1| \otimes \sigma_x\right) \end{aligned} \quad (16.3)$$

La expresión anterior nos muestra cómo es posible obtener el operador  $U_{CiX}$  a partir de un hamiltoniano. Si el hamiltoniano es  $H_{CiX} = \gamma|1\rangle\langle 1| \otimes \sigma_x = \frac{\gamma}{2}(\mathbb{1} - \sigma_z) \otimes \sigma_x$  y el tiempo de aplicación es tal que  $\gamma t = \pi/2$  entonces la evolución está descrita por  $U_{CiX}$ .

Otra manera de obtener una compuerta  $U_{CX}$  es utilizar otra compuerta elemental que podemos llamar  $U_{CZ}$  que aplica el operador  $\sigma_z$  al blanco si el estado del control es  $|1\rangle$ . Es decir,

$$U_{CZ'} = |0\rangle\langle 0| \otimes \mathbb{1} + |1\rangle\langle 1| \otimes \sigma_z. \quad (16.4)$$

Podemos demostrar que  $U_{CX}$  se obtiene aplicando  $U_{CZ}$  y operadores de Hadamard:

$$U_{CX} = (\mathbb{1} \otimes U_H) \times U_{CZ} \times (\mathbb{1} \otimes U_H) \quad (16.5)$$

(lo cual surge simplemente de observar que  $U_H \sigma_z U_H = \sigma_x$ , y  $U_H^2 = \mathbb{1}$ ).

Así como podemos obtener  $U_{CX}$  a partir de  $U_{CZ}$ , podríamos obtener  $U_{CiX}$  a partir de  $U_{CZ'}$ , que es aquella compuerta que aplica el operador  $i\sigma_z$  si el sistema de control está en el estado  $|1\rangle$ . Es decir

$$U_{CiZ} = |0\rangle\langle 0| \otimes \mathbb{1} + i|1\rangle\langle 1| \otimes \sigma_z. \quad (16.6)$$

$$H_{CZ'} = \frac{\gamma}{2}(\mathbb{1} - \sigma_z) \otimes \sigma_z. \quad (16.7)$$

De dónde obtenemos, igual que antes, que

$$U_{CiX} = (\mathbb{1} \otimes U_H) \times U_{CZ'} \times (\mathbb{1} \otimes U_H). \quad (16.8)$$

Cabe aclarar que el uso de operaciones  $U_{CX}$  y  $U_H$  está muy extendido en la literatura y resultan muy convenientes a la hora de diseñar secuencias de operaciones para cumplir algún fin (como el que veremos más abajo: medir en la base de Bell). Sin embargo, vale la pena notar que estas operaciones no pueden obtenerse a partir de un hamiltoniano ya que son operadores unitarios cuyo determinante es igual a  $-1$ . En cambio,  $U_{CiX}$  y  $opU_{CiZ}$  son operadores físicamente realizables ya que su determinante es igual a la unidad (y por lo tanto están conectadas continuamente con el operador identidad y corresponden a una evolución temporal generada por un hamiltoniano).

Veremos más abajo cómo construir estas compuertas (o sea, estos operadores de evolución temporal) en un sustrato físico simple en el que los sistemas de dos niveles están representados en átomos y en el estado del campo en una cavidad. Pero antes de eso, veamos que a partir de estas operaciones es simple construir dispositivos que preparen cualquier de los estados de Bell así como también aparatos para medir en esa base.

## 16.2. Preparación y medición de estados de Bell

En el lenguaje de la evolución circuital, preparación de estados de Bell es una operación relativamente sencilla. Puede obtenerse componiendo las operaciones elementales  $U_H$  y  $U_{CX}$  tal como indica la figura 16.1.

Podemos interpretar al proceso por el cual creamos estados de Bell como aquel en el que obtenemos los autoestados comunes de los operadores  $M_1 = \sigma_x \otimes \sigma_x$  y  $M_2 = \sigma_z \otimes \sigma_z$  con autovalores  $m_1$  y  $m_2$  a partir de los estados  $|i, j\rangle$  donde  $i, j = 0, 1$ . Es decir, es decir, a partir de los autoestados de  $\mathbb{1} \otimes \sigma_z$  y de  $\sigma_z \otimes \mathbb{1}$ .

En este sentido, la preparación de los estados de Bell se realiza aplicando el operador unitario que cambia de base y lleva de la base de autoestados comunes de  $\sigma_z \otimes \mathbb{1}$  y  $\mathbb{1} \otimes \sigma_z$  a la base de autoestados comunes de  $M_1$  y  $M_2$ . Llamaremos  $U_{Bell}$  a este operador de cambio de base.

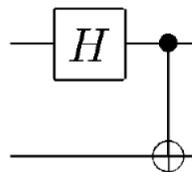


Figura 16.1: Esquema para preparar estados de Bell usando dos operaciones “elementales”, primero una Hadamard *had*, representada por la letra *H* y luego la control-NOT, representada por el punto, la línea y la mira.

En lo que sigue demostraremos que el operador  $U_{Bell}$  se obtiene componiendo  $U_H \otimes \mathbb{1}$  y  $U_{CX}$ , es decir:  $U_{Bell} = U_{CX} \times (U_H \otimes \mathbb{1})$ . Para ver esto, analicemos como actúa

este operador sobre cualquier estado  $|i, j\rangle$ . En la primera etapa tenemos que

$$\begin{aligned} |\phi_{i,j}\rangle &= (\mathbf{U}_H \otimes \mathbb{1})|i, j\rangle \\ &= \frac{1}{\sqrt{2}}(|0\rangle + (-1)^i|1\rangle) \otimes |j\rangle \end{aligned} \quad (16.9)$$

Finalmente, cuando aplicamos el operador  $\mathbf{U}_{CX}$  (en el que el primer spin actúa como control y el segundo como blanco) obtenemos

$$\begin{aligned} |\beta_{i,j}\rangle &= \mathbf{U}_{CX} \times (\mathbf{U}_H \otimes \mathbb{1})|i, j\rangle \\ &= \frac{1}{\sqrt{2}}(|0\rangle \otimes |j\rangle + (-1)^i|1\rangle \otimes |1 \oplus j\rangle), \end{aligned} \quad (16.10)$$

donde el símbolo  $\oplus$  indica la suma de enteros módulo 2. Estos son los estados de Bell. En efecto, para el estado  $|\beta_{i,j}\rangle$  los autovalores de  $\mathbf{M}_1$  y  $\mathbf{M}_2$  son  $m_1 = (-1)^i$  y  $m_2 = (-1)^j$ . Por consiguiente, recordando la notación usada en capítulos anteriores, tenemos que

$$\begin{aligned} |\beta_{0,0}\rangle &= |\Phi_+\rangle, & |\beta_{1,1}\rangle &= |\Psi_-\rangle, \\ |\beta_{1,0}\rangle &= |\Phi_-\rangle, & |\beta_{0,1}\rangle &= |\Psi_+\rangle. \end{aligned} \quad (16.11)$$

En consecuencia, para preparar los estados de Bell hay que lograr que los dos sistemas de spin 1/2 interactúen de forma tal que el operador es  $\mathbf{U}_{Bell}$ .

Para medir simultáneamente los observables  $\mathbf{M}_1$  y  $\mathbf{M}_2$  hay que realizar el proceso inverso al que seguimos para preparar los estados de Bell. En efecto, si tenemos un estado de Bell  $|\beta_{i,j}\rangle$  y aplicamos el operador  $\mathbf{U}_{Bell}^{-1}$  entonces obtendremos el estado  $|i, j\rangle$ . Por lo tanto, este operador (el inverso de  $\mathbf{U}_{Bell}$  hace el cambio de base inverso al anterior. Por consiguiente, si aplicamos  $\mathbf{U}_{Bell}^{-1}$  y luego medimos la componente  $\vec{e}_z$  de cada spin, obtenemos la información sobre cuál de los cuatro estados de Bell ingresó al aparato. Un medidor en la base de Bell no es otra cosa que dos detectores de Stern-Gerlach con el imán orientado en la dirección  $\vec{e}_z$  precedido por la aplicación de  $\mathbf{U}_{Bell}^{-1}$ . Este operador hace las veces de un “transductor” que transforma la señal que deseamos medir ( $\mathbf{M}_1$  y  $\mathbf{M}_2$ ) en aquella que podemos medir con dos aparatos de Stern-Gerlach ordinarios (que miden  $\sigma_z \otimes \mathbb{1}$  y  $\mathbb{1} \otimes \sigma_z$ ). El esquema de detección se representa en la figura 16.2.

### 16.3. La teleportación

El procedimiento que se conoce con el nombre de teleportación fue ideado en 1993 por Bennett, Brassard, Josza, Peres y Wootters en Phys. Rev. Lett. 70, 1895 (1993) y consiste en lo siguiente. El objetivo es lograr que si en un laboratorio ingresa un objeto (un spin 1/2) preparado en un estado arbitrario, después de un cierto tiempo (compatible con todos los requisitos de causalidad) aparezca un objeto idéntico en otro laboratorio distante (o sea, un spin 1/2 preparado en el mismo estado que el original). En el proceso, el estado permanece desconocido.

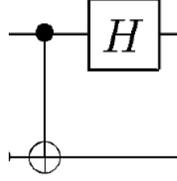


Figura 16.2: Para medir en base de Bell (medir los operadores  $M_1$  y  $M_2$  definidos más arriba. Se pueden usar las mismas operaciones necesarias para crear estados de Bell en orden inverso.

Sean A y B dos laboratorios distantes. En primer lugar supondremos que se prepara un par de spines en un estado entrelazado, que puede ser alguno de los estados de Bell. Para fijar ideas usaremos el estado  $|\Psi_-\rangle = |\beta_{1,1}\rangle = (|0,1\rangle - |1,0\rangle)/\sqrt{2}$ . Cada uno de los miembros del par entrelazado es enviado a un laboratorio (o sea, en el laboratorio A está uno de los miembros del par y en el laboratorio B está el otro). Este recurso, un par de partículas en un estado entrelazado, es absolutamente necesario para ejecutar el procedimiento que permite teleportar.

Las partículas entrelazadas serán etiquetadas con los índices 1 (la del laboratorio A) y 2 (aquella que está en B). En el laboratorio A ingresa una tercera partícula (que llamaremos partícula 3) en un estado desconocido  $|\phi_3\rangle = \alpha|0\rangle + \beta|1\rangle$ . Es decir el estado inicial del sistema formado por las tres partículas es

$$|\Psi_{1,2,3}\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}(|0,1\rangle_{1,2} - |1,0\rangle_{1,2}) \otimes (\alpha|0\rangle + \beta|1\rangle)_3. \quad (16.12)$$

Este estado puede reescribirse agrupando los sistemas que están en el laboratorio A y aquellos que están en el laboratorio B. En el primer laboratorio están las partículas 1 y 3 mientras que en el laboratorio B está la partícula 2. Entonces, el estado puede escribirse como

$$|\Psi_{1,2,3}\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}(\alpha|0,0\rangle_{1,3}|1\rangle_2 - \alpha|1,0\rangle_{1,3}|0\rangle_2 + \beta|0,1\rangle_{1,3}|1\rangle_2 - \beta|1,1\rangle_{1,3}|0\rangle_2). \quad (16.13)$$

Asimismo, este estado puede reescribirse en términos de los estados de Bell del par de partículas (1,3) usando identidades como  $|0,0\rangle = (|\Phi_+\rangle + |\Phi_-\rangle)/\sqrt{2}$ ,  $|1,1\rangle = (|\Phi_+\rangle - |\Phi_-\rangle)/\sqrt{2}$ ,  $|0,1\rangle = (|\Psi_+\rangle + |\Psi_-\rangle)/\sqrt{2}$ ,  $|1,0\rangle = (|\Psi_+\rangle - |\Psi_-\rangle)/\sqrt{2}$ . Introduciendo esto en la expresión anterior obtenemos que

$$\begin{aligned} |\Psi_{1,2,3}\rangle = & \frac{1}{2}(|\Phi_+\rangle_{1,3} \otimes (\alpha|1\rangle - \beta|0\rangle)_2 \\ & + |\Phi_-\rangle_{1,3} \otimes (\alpha|1\rangle + \beta|0\rangle)_2 \\ & + |\Psi_+\rangle_{1,3} \otimes (-\alpha|0\rangle + \beta|1\rangle)_2 \\ & + |\Psi_-\rangle_{1,3} \otimes (\alpha|0\rangle + \beta|1\rangle)_2) \end{aligned}$$

Hasta aquí no hemos hecho otra cosa más que escribir el estado inicial de una manera especial. Sin embargo, esta última fórmula sugiere el procedimiento a

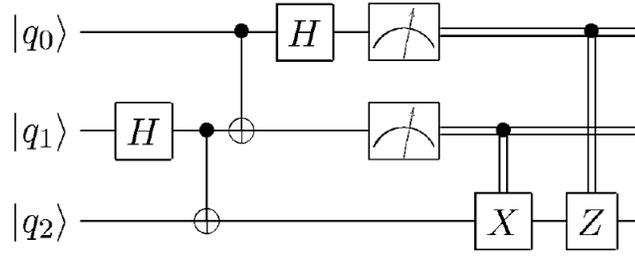


Figura 16.3: El dispositivo propuesto para teleportar el estado de un átomo de una cavidad a otra.

seguir: Si realizamos una medición de los observables  $M_1$  y  $M_2$  sobre el par de partículas (1,3), que se encuentran en el laboratorio A, obtendremos cuatro resultados posibles (ya que  $m_1 = \pm 1$  y  $m_2 = \pm 1$ ). Cada uno de los resultados identifica a un estado de Bell: para  $|\Phi_+\rangle$ ,  $m_1 = 1$  y  $m_2 = 1$ , para  $|\Phi_-\rangle$   $m_1 = -1$  y  $m_2 = 1$ , para  $|\Psi_+\rangle$   $m_1 = -1$  y  $m_2 = -1$  y para  $|\Psi_-\rangle$   $m_1 = 1$  y  $m_2 = -1$ . Para cada uno de estos resultados, el estado de la partícula 3 queda proyectado en un estado diferente. Pero en cada caso, podemos aplicar una operación unitaria sobre la partícula 3 de modo tal que el estado final siempre será el mismo que el estado inicial de la partícula 1. Este operador dependerá que depende de los resultados obtenidos ( $m_1$  y  $m_2$ ). Entonces, para que el laboratorio B pueda aplicar el operador adecuado, el laboratorio A debe informarle de el resultado de la medición.

Los operadores  $U_{m_1, m_2}$  que deberá aplicar el laboratorio B dependiendo de los resultados  $m_1$  y  $m_2$  que el laboratorio A le informará son:

$$\begin{aligned} U_{1,1} &= \sigma_y, & U_{1,-1} &= \sigma_z \\ U_{-1,1} &= \sigma_x, & U_{-1,-1} &= \mathbb{1} \end{aligned} \quad (16.14)$$

Como podemos verificar, luego de la aplicación condicional de  $U_{m_1, m_2}$ , en cualquier caso, el estado final de la partícula 3 es  $|\phi_2\rangle = \alpha|0\rangle + \beta|1\rangle$ . Es decir, el estado de la partícula 3 se teleportó a la partícula 2.

Esta secuencia de operaciones está descrita en forma circuital en la figura 16.3. En ella el qubit a teleportar es el primero. La primera secuencia de Hadamard-CNOT aplicados sobre los spines 1 y 2 prepara un estado de Bell (en el caso de la figura si el estado inicial de los qubits (1,2) es  $|1,1\rangle$  entonces el estado preparado es  $|\Psi_-\rangle$ ).

El qubit a teleportar en la figura está denominado  $q_0$  (y no 3 como en el argumento presentado más arriba). La siguiente secuencia mide en la base de Bell del subespacio formado por las partículas 0 y 1, que se supone que están en el mismo laboratorio. El resultado de la medición de  $M_1$  se lee observando el estado final del qubit  $q_0$  y el estado de la medición de  $M_2$  queda registrado en el estado final de  $q_1$ . Por último se aplican los operadores correspondientes que están condicionados por el resultado de la medición: Cuando el primer qubit es  $|e\rangle$  se aplica el operador  $\sigma_z$  y cuando el segundo qubit es  $|e\rangle$  se aplica el operador  $\sigma_x$ .

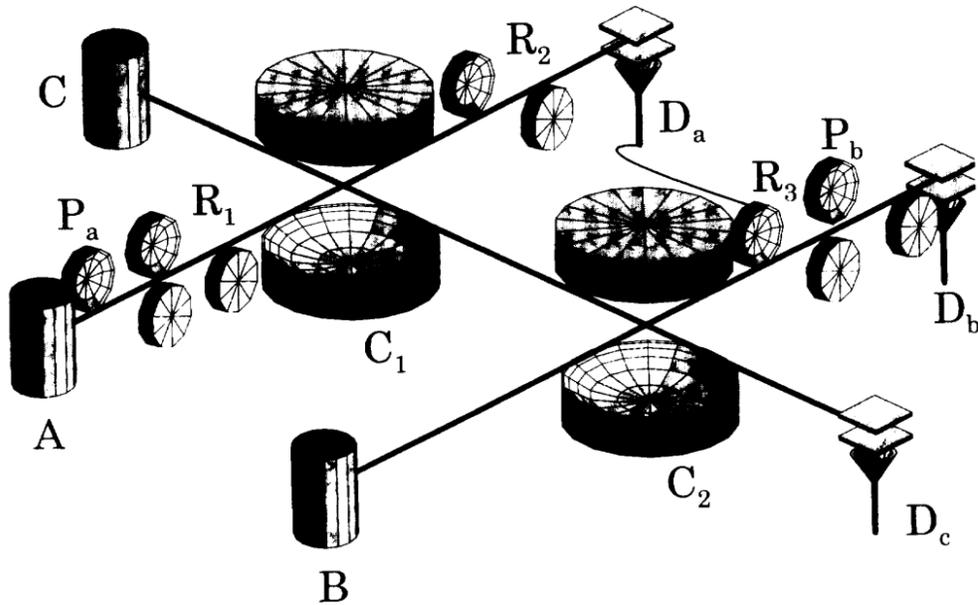


Figura 16.4: El dispositivo propuesto para teleportar el estado de un átomo de una cavidad a otra. Imagen extraída de Phys. Rev A R895 (1994)

## 16.4. Una propuesta concreta: teleportación de un átomo entre dos cavidades

Veremos aquí como se podría realizar la teleportación de un átomo entre dos regiones distantes del espacio. En esta propuesta se usarán dos cavidades como intermediarias. El esquema experimental está descrito en la figura 16.4.

El procedimiento puede describirse mediante la siguiente secuencia de operaciones.

1. Primero se genera un estado entrelazado del campo electromagnético entre las dos cavidades. El método fue descrito en detalle en el capítulo 15. La idea es usar como mediador a un átomo que atraviesa ambas cavidades. Inicialmente las cavidades están vacías y el átomo es preparado en el estado  $|e\rangle$ . En la primera cavidad interactúa con el campo mediante un pulso  $\pi/2$  y en la segunda mediante un pulso  $\pi$ . Luego de estas operaciones el estado del campo en las cavidades es

$$|\psi_{C_1, C_2}\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}(|0, 1\rangle - |1, 0\rangle)$$

2. El átomo a teleportar, en un estado desconocido  $|\phi_A\rangle = \alpha|e\rangle + \beta|g\rangle$ , interactúa con el campo en una de las cavidades. Antes y después de atravesar la cavidad, el átomo atraviesa sendas zonas de Ramsey en las cuales se implementa una serie de pulsos tales que el operador de evolución sea  $U_H$ . En la cavidad,

la interacción con el campo es de forma no resonante. La desintonía y el tiempo de interacción se eligen para que se produzca un desfase en  $\pi$  entre los estados  $|e, 1\rangle$  y  $|g, 1\rangle$ . Esto sucede cuando  $\gamma^2 t/\Delta = \pi/2$ . Es decir, en la cavidad el operador de evolución del sistema átomo–campo es  $U_{CiZ} = \text{diag}(1, 1, i, -i)$ . El operador combinado obtenido por la composición de las operaciones de las zonas de Ramsey y la interacción en la cavidad es  $U_{RCR}$  que se obtiene como

$$U_{RCR} = (U_H \otimes \mathbb{1}) \times U_{CiZ} \times (U_H \otimes \mathbb{1}) \quad (16.15)$$

Es fácil ver que la acción de este operador es, secuencialmente, la siguiente:

$$\begin{aligned} |e, 0\rangle &\rightarrow \frac{1}{\sqrt{2}}(|e, 0\rangle + |g, 0\rangle) \rightarrow \frac{1}{\sqrt{2}}(|e, 0\rangle + |g, 0\rangle) \rightarrow |e, 0\rangle \\ |g, 0\rangle &\rightarrow \frac{1}{\sqrt{2}}(|e, 0\rangle - |g, 0\rangle) \rightarrow \frac{1}{\sqrt{2}}(|e, 0\rangle - |g, 0\rangle) \rightarrow |g, 0\rangle \\ |e, 1\rangle &\rightarrow \frac{1}{\sqrt{2}}(|e, 1\rangle + |g, 1\rangle) \rightarrow \frac{1}{\sqrt{2}}(i|e, 1\rangle - i|g, 1\rangle) \rightarrow i|g, 1\rangle \\ |g, 1\rangle &\rightarrow \frac{1}{\sqrt{2}}(|e, 0\rangle - |g, 0\rangle) \rightarrow \frac{1}{\sqrt{2}}(i|e, 0\rangle + i|g, 0\rangle) \rightarrow i|e, 1\rangle \end{aligned}$$

En consecuencia, esta secuencia de operaciones es una operación  $U_{CiX}$  en la cual el campo actúa como control y el átomo como blanco.

Podemos ver que esta secuencia de operaciones es el primer ingrediente necesario para hacer una medición en la base de Bell. En efecto, veamos cómo actúa sobre estados de Bell del sistema formado por el átomo y el campo en la primera cavidad:

$$\begin{aligned} U_{RCR}|\Psi_{\pm}\rangle &= U_{RCR}\frac{1}{\sqrt{2}}(|e, 0\rangle \pm |g, 1\rangle) = |e\rangle \otimes \frac{1}{\sqrt{2}}(|0\rangle \pm i|1\rangle) \\ U_{RCR}|\Phi_{\pm}\rangle &= U_{RCR}\frac{1}{\sqrt{2}}(|e, 1\rangle \pm |g, 0\rangle) = |g\rangle \otimes \frac{\pm 1}{\sqrt{2}}(|0\rangle \pm i|1\rangle) \end{aligned}$$

De dónde vemos que los estados no están más entrelazados, son ahora autoestados de  $\sigma_x \otimes \mathbb{1}$  y  $\mathbb{1} \otimes \sigma_y$ . En consecuencia, vemos que la detección de el átomo en el estado  $|e\rangle$  o  $|g\rangle$  revela si el estado pertenece a los estados tipo  $|\Psi_{\pm}\rangle$  o  $|\Phi_{\pm}\rangle$ . O sea, el estado final del átomo es  $|e\rangle$  siempre y cuando el estado inicial es alguno de los estados  $(|e, 0\rangle \pm |g, 1\rangle)/\sqrt{2}$ . Por el contrario, el estado final del átomo es  $|g\rangle$  si el estado inicial es  $(|e, 1\rangle \pm |g, 0\rangle)/\sqrt{2}$ .

En definitiva, la medición del estado final del átomo revela el autovalor del operador  $M_2 = \sigma_z \otimes \sigma_z$ . La información sobre el valor de  $M_1 = \sigma_x \otimes \sigma_x$  queda almacenado en la cavidad ya que el estado del campo en su interior es siempre  $|\phi_C\rangle = (|0\rangle \pm i|1\rangle)/\sqrt{2}$ .

3. Para detectar el autovalor de  $M_1$  debemos medir el estado del campo dentro de la cavidad. Para ese fin usamos otro átomo preparado en el estado  $|g\rangle$ . El átomo atraviesa la cavidad e interactúa de manera resonante con el campo mediante un pulso  $\pi$ . Tal como describimos en el capítulo 15 el efecto de esta interacción es transferir el estado del campo en la cavidad al estado del

átomo. Luego de la interacción la cavidad queda en el estado de vacío  $|0\rangle$  y el estado del átomo es  $|\phi_A\rangle = (|e\rangle \pm i|g\rangle)/\sqrt{2}$ . Si este átomo ingresa a una zona de Ramsey que induce una rotación alrededor del eje  $\vec{e}_y$  que transforma los estados  $(|e\rangle + i|g\rangle)/\sqrt{2} \rightarrow |e\rangle$  y  $(|e\rangle - i|g\rangle)/\sqrt{2} \rightarrow |g\rangle$ . En ese caso el estado final del átomo será  $|e\rangle$  ó  $|g\rangle$  según el signo de la superposición sea  $\pm 1$ .

Esto completa el proceso de medición en la base de Bell. El procedimiento revela el valor de  $M_1$  y  $M_2$  para el sistema formado por el átomo a teleportar y el fotón en la primera cavidad.

4. El proceso de teleportación se completa enviando otro átomo preparado en el estado  $|g\rangle$  que interactúa con la segunda cavidad mediante un pulso  $\pi$ . Esto simplemente logra que el estado de la cavidad sea transferido a ese átomo. Finalmente, en una zona de Ramsey se puede realizar la operación unitaria requerida  $U_{m_1, m_2}$ . De este modo el estado final de ese átomo resulta idéntico al estado inicial del átomo a teleportar, que nunca pasó ni estuvo cerca de la cavidad  $C_2$ . Esto completa el proceso de teleportación.

El experimento descrito fue propuesto en esta forma (a menos de pequeñas variantes por Davidovich, Zagury, Brune, Raymond y Haroche (Phys. Rev. A 50, R895 (1994)) pero todavía no ha sido implementado en la práctica.