

# Electrodinámica cuántica en cavidades

## 15.1. Interacción de fotones con átomos sencillos

En este capítulo estudiaremos la interacción entre átomos simples y fotones atrapados en una cavidad. Será necesario tratar a ambos sistemas, los átomos y los fotones, como sistemas cuánticos en interacción.

Hasta ahora vimos situaciones en las que tratamos cuánticamente átomos simples. Átomos que representábamos, por ejemplo, como un sistema de dos niveles. Estudiamos la interacción de estos sistemas con campos externos, que fueron tratados clásicamente. Hicimos esto, por ejemplo, cuando analizamos la deflexión de un sistema de dos niveles por un campo con un gradiente espacial el experimento de Stern y Gerlach, o la precesión del spin en un campo magnético constante, o las oscilaciones de Rabi inducidas sobre un sistema de dos niveles por su interacción con un campo externo oscilante. Asimismo, hicimos un tratamiento cuántico para el campo electromagnético y describimos cómo es la interacción de dicho campo con materia clásica. Por ejemplo, esto sucede cuando modelamos la interacción entre el campo cuántico y espejos o cavidades en los que los efectos cuánticos asociados a los átomos que componen estos objetos son despreciables. Utilizamos este tratamiento para describir la interacción del campo electromagnético con espejos, divisores de haz, cavidades microscópicas, cristales birefringentes, porlaizadores, etc. Este tratamiento es válido cuando los efectos cuánticos asociados a los átomos que componen estos objetos son despreciables. En este capítulo combinaremos estas herramientas. La novedad será la descripción de la interacción entre átomos y campos en el régimen en el que los efectos cuánticos en ambos sistemas son importantes.

Este capítulo sintetiza y utiliza varias de las herramientas que de los que desarrollamos hasta aquí. En efecto, será necesario combinar los conocimientos que adquirimos sobre la mecánica cuántica de sistemas de dos niveles, la de los sistemas compuestos. Trataremos, precisamente, un sistema compuesto por dos partes esenciales: el átomo y el campo. También utilizaremos las herramientas desarrolladas para describir la evolución temporal de sistemas cuánticos así como también las asociadas a la física del oscilador armónico y del campo electromagnético.

Este capítulo es muestra como en algunos casos es posible imponer a un sistema un determinado tipo de evolución. En algún sentido, veremos cómo diseñar un operador de evolución temporal que nos permitirá, por ejemplo, producir y controlar el entrelazamiento entre sistemas distantes. Estudiaremos cómo se entrelazan átomos y fotones, átomos distantes o fotones almacenados en cavidades distantes. Describiremos como son los experimentos que, manipulando sistemas cuánticos individuales, han permitido poner de manifiesto las propiedades más extrañas de la mecánica cuántica.

Para comenzar describiremos por separado los personajes protagónicos de nuestro estudio: átomos de Rydberg y fotones atrapados en cavidades.

### 15.1.1. El esquema de un experimento típico

Describimos globalmente un experimento típico de los que estudiaremos en este capítulo. Estos combinan varios ingredientes que desarrollaremos a continuación. El diagrama experimental se describe esquemáticamente en la figura . Primero, átomos de Rubidio salen de un horno y son preparados en el estado un Rydberg que denominamos  $|g\rangle$ . Luego cada átomo atraviesa una zona de Ramsey en la cual puede prepararse en un estado arbitrario una superposición de  $|g\rangle$  y  $|e\rangle$ . (El estado  $|e\rangle$  es otro estado de Rydberg ortogonal al primero.) Seguidamente, los átomos atraviesan una cavidad superconductora resonante donde interactuarán con el campo que haya ahí dentro. Este resonador será el corazón del experimento. Al salir de la cavidad pasan por otra zona de Ramsey en la cual puede ejecutarse una segunda rotación arbitraria del estado interno. Finalmente el detector registra si el estado del átomo es  $|e\rangle$ . Dado que el detector está precedido por una zona de Ramsey, el efecto combinado de estos últimos dos dispositivos es equivalente a un detector que registre si el estado del átomo es algún estado que podemos elegir arbitrariamente.

Podemos imaginar dispositivos más complejos, con varios haces de átomos y varias cavidades. Es posible imaginar diversos experimentos de este tipo, y por muchos años solo pudimos imaginarlos. La gran diferencia entre estos experimentos imaginarios y los descritos en las páginas que siguen es que estos últimos no son imaginarios sino reales. Son experimentos que fueron realizados. Dispositivos más complejos, con dos cavidades y varios haces de átomos, están siendo preparados en la actualidad y esperamos pasen del plano imaginario al real.

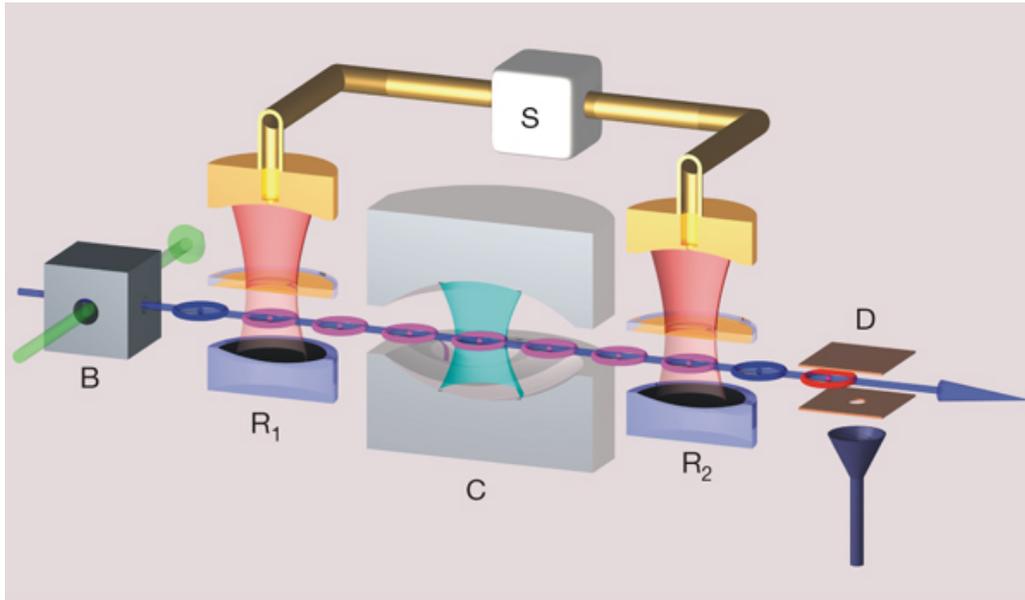


Figura 15.1: El dispositivo típico en un experimento en QED. Los átomos son preparados en estados de Rydberg en *B*. Luego atraviezan una region *R1* (primera zona de Ramsey), luego atraviezan la cavidad *C* en la que interactúan con el campo electromagnético, finalmente ingresan en una nueva zona de Ramsey *R2* y son detectados en dispositivos que inducen una ionización selectiva (o sea, detectan si el átomo está en el estado  $|e\rangle$  o en  $|g\rangle$ ).

## 15.2. Átomos de Rydberg

Vamos a considerar átomos preparados en estados muy especiales. Son los llamados átomos de Rydberg. Llevan este nombre, porque sus niveles de energía principales pueden ser adecuadamente descriptos con la fórmula de Rydberg  $E_n = -E_0/n^2$ . No son, sin embargo, más que un átomo multielectrónico cualquiera con un electrón en un orbital muy excitado, un  $n$  grande. Típicamente, en experimentos se utilizan átomos alcalinos, del grupo uno, que son llamados hidrogenoides, ya que su descripción aproximada es la de algunas capas electrónicas cerradas y un último electrón libre. La estrella por muchos años ha sido el rubidio, pero también se han creado átomos de Rydberg con átomos de cesio, litio, calcio, etc.

En particular consideraremos átomos de rubidio en los que el estado de su último electrón libre es descripto por un número cuántico principal es cercano a  $n = 50$ . Este electrón está muy cerca del umbral de ionización. En efecto, energía del nivel  $n$  es bien aproximada por  $E_n = -E_0/n^2$ , donde  $E_0 = m_e e^4 / 2(4\pi\epsilon_0)^2 \hbar^2$  toma el valor de 13,6 eV, que es la energía de ionización del átomo Hidrógeno. Así la energía de ionización para  $n = 50$  es 5.44 meV, que equivale a un fotón de 1.33 THz, aún menos que infrarrojo profundo pero un poco más de energía que una onda de microondas.

Nos restringiremos a considerar situaciones experimentales en los que hay un número muy pequeño de niveles que son accesibles al átomo. En realidad, trata-

remos solamente la situación más simple de todas: consideraremos que nuestro átomo tendrá solamente dos niveles relevantes  $n = 49$  y  $n = 50$  que denotaremos correspondientemente  $|g\rangle$  y  $|e\rangle$  (por *ground* y *excited*). Además, consideraremos que el número cuántico asociados al momento angular para cada uno de estos estados es el máximo compatible con el valor de  $n$ . En efecto, en todos los casos asumiremos que  $l = n - 1$  y  $m = l$ .

Varios grupos en el mundo dominan hoy la técnica de preparación de este tipo de estados. El grupo dirigido por Serge Haroche, por ejemplo, los prepara a partir de un haz obtenido de un horno en el que se inyecta un vapor de Rb. Los átomos al salir del horno pasan por varios láseres y pulsos de radio frecuencia que los excitan en una escalera ascendente. Los átomos tienen que absorber alrededor de  $n = 45$  fotones para pasar de su estado fundamental con  $n = 5$  y  $l = 0$ , a los estados excitados con  $n = 49$  o  $50$ . El haz que se obtiene es colimado y seleccionado en velocidades debido a la forma del los haces de excitación y el efecto Doppler. Las velocidades típicas de los átomos en el haz son de algunos centenares de m/s y el flujo de átomos es suficientemente bajo como para poder asegurar que en cada instante tendremos un único átomo de Rydberg en el dispositivo experimental.

Los estados de alto momento angular describen orbitales “planos” en los que la función de onda del electrón está concentrada en una circunferencia de radio  $r = R_B n^2$ , donde  $R_B = \hbar^2(4\pi\epsilon_0)/m_e e^2$  es el radio de Bohr, cuyo valor es  $0,5 \text{ \AA}$ . Esto puede verse recordando que las funciones de onda de los autoestados comunes de  $H$ ,  $\vec{L}^2$  y  $L_z$ , a menos de una constante de normalización ( $C_n$ ) son;

$$\Psi_{n,n-1,n-1} = C_n \left( \frac{2r}{nR_B} \right)^{n-1} \exp(-r/nR_B) (\sin\theta)^{n-1} e^{i(n-1)\phi} \quad (15.1)$$

El caracter plano de estos orbitales surge de la dependencia con el ángulo  $\theta$ , ya que para altos valores de  $n$ , la función  $(\sin\theta)^{n-1}$  toma valores muy pequeños salvo para ángulos cercanos a  $\theta = \pi/2$ , que define el plano de la órbita. Asimismo, es fácil ver que la función de onda está localizada para valores de la distancia  $r$  que son tales que el valor medio de dicha distancia es  $\langle r \rangle = n^2 R_B$ . Esto puede verse calculando explícitamente este valor medio pero también apelando a argumentos más intuitivos basados en las reglas de cuantización de Bohr-Sommerfeld. En efecto, para estos estados podemos pensar que el electrón en el átomo está descrito por una onda estacionaria de longitud de onda de de Broglie ( $\lambda_{dB} = \hbar/p$ ) que es tal que se cumple la condición de cuantización que impone que en una órbita cerrada entre un número enteros de longitudes de onda. Es decir, debe cumplirse que  $2\pi r = n\lambda_{dB} = n2\pi\hbar/p$ . La dependencia del radio de la órbita con el número cuántico principal  $n$  surge de notar que el momento  $p$  es tal que  $p^2/2m \approx E_0/n^2$ . De despejar  $p$  en esas ecuaciones se obtiene que

$$r = \frac{n^2\hbar}{\sqrt{2mE_0}} = n^2 R_B. \quad (15.2)$$

En los experimentos que analizaremos se preparan estados que son combinaciones lineales de estados de Rydberg con valores de  $n = 49$  y  $n = 50$ . La función

de onda de un estado de este tipo,  $|\phi\rangle = (|e\rangle + |g\rangle)/\sqrt{2}$ , es tal que (a menos de una constante de normalización)

$$\begin{aligned}\phi(r, \theta, \phi, t) = & \sin^{49} \theta e^{i49\phi} \left(\frac{r}{50r_B}\right)^{49} e^{-\frac{r}{50R_B}} e^{-iE_g t/\hbar} \\ & + \sin^{48} \theta e^{i48\phi} \left(\frac{r}{49r_B}\right)^{48} e^{-\frac{r}{49R_B}} e^{-iE_e t/\hbar}\end{aligned}\quad (15.3)$$

Esta expresión puede simplificarse evaluando la función de onda en el plano  $\theta = \pi/2$  y para valores de  $r$  en los cuales los dos términos de la ecuación son iguales (que son del orden de  $n^2 R_B$ ). En ese caso, es simple analizar la dependencia de la  $\phi(r, \theta, \phi, t)$  como función de  $\phi$  y del tiempo. En efecto, definiendo la frecuencia de Bohr  $\omega_A = (E_e - E_g)/\hbar \approx E_0/n^3$ , resulta que

$$\phi\left(r, \frac{\pi}{2}, \phi, t\right) \propto \cos\left(\frac{\phi - \omega_A t}{2}\right)\quad (15.4)$$

Esta ecuación tiene una interpretación simple: el estado  $\phi$ , superposición de  $|g\rangle$  y  $|e\rangle$  describe a un átomo planetario en el que el electrón está localizado en su órbita y que gira alrededor del núcleo con una frecuencia  $\omega_A$ . En este estado el valor medio del momento dipolar eléctrico es no nulo y con un valor cercano a  $d_0 = eR_B n^2$ . El valor medio del momento dipolar es nulo en los estados  $|e\rangle$  y  $|g\rangle$  pero este operador tiene elementos de matriz no nulos entre los estados  $|e\rangle$  y  $|g\rangle$ , tal como describimos mas abajo.

Pero antes, conviene notar que los estados de Rydberg (y sus superposiciones) son muy estables, lo que también puede entenderse cualitativamente apelando a argumentos semiclásicos basados en la cuantización alla Bohr Sommerfeld: Al decaer del nivel  $n$  al  $n-1$  el átomo emite una energía  $\hbar\omega_A = (E_n - E_{n-1})/\hbar$ . Para  $n$  grande ambos estados están cerca del nivel de ionización y entonces la diferencia de energías es muy pequeña: como  $E_n = -E_0/n^2$  entonces  $\omega_{n,n-1} \propto 1/n^3$ . El tiempo de decaimiento  $\tau_n$  del nivel  $n$  al  $n-1$  puede estimarse calculando la potencia disipada en esta transición. Esta potencia  $P_n$  es aproximadamente igual a la diferencia de energías dividido el tiempo de vida medio, es decir:  $pot_n = \hbar\omega_{n,n-1}/\tau_n$ . Asimismo, para una carga en movimiento circular la potencia emitida es proporcional a la aceleración al cuadrado. Entonces tenemos  $pot_n \approx \hbar\omega_{n,n-1}/\tau_n \propto (\omega_{n,n-1}^2 r_n)^2$  en consecuencia, la dependencia de  $\tau_n$  con el número cuántico principal surge de la expresión

$$\tau_n \propto \frac{\hbar\omega_{n,n-1}}{(\omega_n^2 r_n)^2} \propto \frac{n^{-3}}{n^{-12} n^4} \propto n^5.\quad (15.5)$$

### 15.2.1. Átomos de Rydberg en zonas de Ramsey

La diferencia de energía entre los estados  $|e\rangle$  y  $|g\rangle$  es tal que la frecuencia de Bohr asociada  $\omega_A = (E_e - E_g)/\hbar$  está en el rango de las micro-ondas. Para  $n = \{49, 50\}$ , la frecuencia de esta transición es  $\omega_A/2\pi \approx 53$  GHz. Una vez preparados los átomos en el estado  $|g\rangle$  queremos preparar superposiciones arbitrarias de este estado

y el estado  $|e\rangle$ . Para ello apelaremos a un recurso que ya hemos visto: Irradiaremos el átomo con un campo de radio frecuencias que resuene con la transición entre  $|g\rangle$  y  $|e\rangle$ . Esta interacción tiene lugar cuando el átomo pasa entre dos placas que están conectadas a un generador de RF apropiadamente elegido. Controlando el tiempo de interacción y la intensidad del campo podemos lograr preparar estados arbitrarios. Conviene repasar este fenómeno y generalizar ligeramente el tratamiento que realizamos anteriormente para estudiar las oscilaciones de Rabi.

En la zona de Ramsey el átomo interactúa con un campo clásico. La interacción está descrita por el hamiltoniano

$$\mathbf{H} = \frac{\hbar\omega_A}{2}(|e\rangle\langle e| - |g\rangle\langle g|) + \hbar\Omega(|e\rangle\langle g| + |g\rangle\langle e|)\cos(\omega_r t + \phi), \quad (15.6)$$

donde  $\phi$  es una fase arbitraria. Pasamos ahora a la representación de interacción donde  $\mathbf{H}_I = \mathbf{U}_0^\dagger \mathbf{H} \mathbf{U}_0$  con  $\mathbf{H}_0 = \hbar\omega_A(|e\rangle\langle e| - |g\rangle\langle g|)/2$ . Así se obtiene que

$$\mathbf{H}_I = \hbar\frac{\Omega}{2}\cos(\omega_r t + \phi)(|e\rangle\langle g| e^{i\omega_A t} + |g\rangle\langle e| e^{-i\omega_A t}) \quad (15.7)$$

Como vemos, en este hamiltoniano aparecen términos que oscilan con frecuencias  $\omega_r \pm \omega_A$ . Los términos que dominan la evolución del sistema serán aquellos que varíen más lentamente en el tiempo, aquellos con  $\omega_r - \omega_A$ . En efecto, estos términos son los únicos que aparecen si calculamos un hamiltoniano promediado en el tiempo durante una escala que es larga para los tiempos rápidamente oscilantes pero corta para los que oscilan lentamente). Resulta razonable, entonces, despreciar los términos con la suma de frecuencias  $\omega_r + \omega_A$ , que oscilan rápido, y retener aquellos en los que aparece la diferencia entre ambas frecuencias  $\omega_r - \omega_A$ . Esta aproximación se conoce como la “aproximación de la onda rotante” o RWA, por sus siglas en inglés.

Si definimos la desintonía entre el átomo y el campo como  $\Delta_{Ar} = \omega_A - \omega_r$ , tenemos que el hamiltoniano en la representación de interacción con la aproximación de onda rotante resulta ser

$$\mathbf{H}_I = \hbar\Omega(|e\rangle\langle g| e^{i\Delta_{Ar}t - i\phi} + |g\rangle\langle e| e^{-i\Delta_{Ar}t + i\phi}). \quad (15.8)$$

Incluso, para el caso resonante tenemos que el hamiltoniano se vuelve independiente del tiempo y tenemos

$$\mathbf{H}_I = \hbar\frac{\Omega}{2}(|e\rangle\langle g| e^{-i\phi} + |g\rangle\langle e| e^{i\phi}). \quad (15.9)$$

Este hamiltoniano puede escribirse en términos de las matrices de Pauli  $\sigma_x = |e\rangle\langle g| + |g\rangle\langle e|$  y  $\sigma_y = -i|e\rangle\langle g| + i|g\rangle\langle e|$ ,  $\sigma_z = |e\rangle\langle e| - |g\rangle\langle g|$  y  $\sigma_- = |g\rangle\langle e|$  como

$$\mathbf{H}_I = \hbar\frac{\Omega}{2}(\cos\phi \sigma_x + \sin\phi \sigma_y). \quad (15.10)$$

Como vemos, el hamiltoniano en la representación de interacción es una combinación lineal de operadores de Pauli. Por lo tanto, la evolución temporal es una rotación y el operador de evolución temporal es:

$$\mathbf{U}(t) = \cos(\Omega t/2) \mathbb{1} - i \sin(\Omega t/2) \vec{n} \cdot \vec{\sigma}. \quad (15.11)$$

Donde  $\vec{n} = \cos \phi \vec{e}_x + \sin \phi \vec{e}_y$  define la dirección del eje de rotación.

En las zonas de Ramsey el estado del átomo cambia tal como lo hace un spin en un campo magnético. Es decir, se inducen oscilaciones coherentes entre  $|e\rangle$  y  $|g\rangle$ . De este modo, preparando el estado inicial  $|g\rangle$  podemos obtener una combinación lineal arbitraria  $|\phi\rangle = \alpha|g\rangle + \beta|e\rangle$  eligiendo adecuadamente el tiempo de interacción y la fase del campo.

Para los átomos de Rydberg, los estados superposición obtenidos por esta vía tienen propiedades muy especiales. Como vimos, estos estados no son estacionarios y por consiguiente su función de onda cambia con el tiempo. En efecto, en un dado instante, las funciones de onda de estos estados están concentradas en circunferencias que tienen aproximadamente el mismo radio pero no tienen igual número de nodos (ya que para un estado hay 48 nodos y para el otro hay 49). En consecuencia, el estado que es superposición de  $|g\rangle$  y  $|e\rangle$  tiene una función de onda que está concentrada en una de las regiones de la órbita y que al evolucionar rota alrededor de dicha circunferencia.

Estos estados son estados planetarios: el electrón se mueve en una órbita tal como lo hace un planeta alrededor del sol. Estas superposiciones tienen un momento dipolar enorme, que rota con la frecuencia de Bohr  $\omega_A/2\pi \approx 53$  GHz. Es decir, si preparamos un estado que es superposición de  $|e\rangle$  y  $|g\rangle$  tendremos interferencia constructiva en una región de la circunferencia e interferencia destructiva en la opuesta. Un estado de este tipo se acopla muy fuertemente al campo eléctrico ya que tiene un momento dipolar enorme. El electrón está localizado en una región de la órbita circular y gira a la frecuencia angular  $\omega_A$ . En efecto, la componente relevante del operador momento dipolar eléctrico puede aproximarse como

$$\mathbf{d}_x = d_0(|e\rangle\langle g| + |g\rangle\langle e|), \quad (15.12)$$

dónde  $d_0 = er = eR_b n^2$ . Es decir, el momento dipolar es proporcional al cuadrado del número cuántico principal. Debido al enorme momento dipolar, si estos cuando estos átomos ingresan a una cavidad, como las descritas más abajo, interactuarán muy fuertemente con el campo cuántico almacenada en ella.

Debido al enorme momento dipolar, cuando estos átomos ingresan a la cavidad descrita más abajo interactúan muy fuertemente con el campo cuántico almacenada en ella.

### 15.3. Fotones en cavidades

Consideraremos una cavidad tipo Fabry-Perot, hecha de dos espejos enfrentados, que resuena en el rango de las microondas. Los fotones que estén “atrapados” en esta cavidad podrán interactuar con un átomo de Rydberg que pase por dentro de ella. Estas cavidades, típicamente tienen alrededor de algunos centímetros de largo. La frecuencia de resonancia una cavidad así puede modificarse ligeramente modificando su tamaño. También, puede modificarse la frecuencia del átomo en la cavidad aplicando campos eléctricos estáticos que producen leves corrimientos en los niveles del átomo debido al efecto Stark (como se describe en el capítulo 17).

Estas cavidades son fabricadas con espejos superconductores y utilizadas a temperaturas por debajo de la transición superconductor. Debido a esto, el tiempo de vida medio de las excitaciones del campo puede ser muy largo ya que la disipación en los espejos es muy baja. En los experimentos de Haroche el factor de calidad de la cavidad es  $Q \geq 10^{12}$  por lo cual un fotón puede vivir en la cavidad sin ser absorbido por algunas décimas de segundo (tiempo suficiente para que la luz recorra una distancia igual a la circunferencia completa de la tierra).

### 15.3.1. Estados del campo en la cavidad

Describiremos a el campo electromagnético en la cavidad está por un estado cuántico. Esta elección tiene sentido si las operaciones de preparación manipulación y medición del campo pueden ser realizadas todas en tiempos más cortos que el tiempo que tarda el campo en perder su coherencia. Este tiempo esta limitado por arriba por el tiempo de disipación, que como dijimos, en estas cavidades es largo comparado con las escalas temporales características de el átomo.

A tiempos aún más largos la cavidad perderá toda su energía y estará en equilibrio térmico con el entorno. Pero en este caso, como las paredes de la cavidad están a temperaturas muy bajas, mucho menores que la energía de un fotón, la cavidad tiene a “vaciar” de fotones. Es decir, el estado asintótico de la cavidad es el vacío.

A partir del estado de vacío se pueden preparar un estado coherente del campo en la cavidad. En efecto, como la cavidad es capaz de almacenar un único modo del campo electromagnético, si radiamos a la cavidad con una fuente de radiofrecuencias, esta energía se transmitirá a la cavidad, donde será almacenada. El estado de vacío  $|0\rangle$  evolucionará en un estado coherente  $|\alpha(t)\rangle$ . La amplitud de este campo  $\alpha(t)$  dependerá del tiempo de interacción, de las frecuencias de la cavidad y de las ondas inyectadas, de la intensidad de dicho campo y un factor geométrico de acoplamiento entre la fuente y la cavidad.

## 15.4. Interacción entre un átomo y el campo electromagnético

Teniendo en cuenta que los átomos de Rydberg planetarios tienen un momento dipolar muy grande, la principal fuente de interacción entre el átomo y el campo es de tipo dipolar eléctrica. En efecto, la interacción dipolar entre el átomo y el campo eléctrico se describe con el hamiltoniano  $H_{int} = -\vec{d} \cdot \vec{E}(0)$  (donde suponemos que el átomo y el campo interactúan muy cerca de la región vecina a  $\vec{r} = 0$ ). Tal como lo vimos anteriormente, el campo un campo, para un campo electromagnético en una cavidad, el eléctrico es descrito por el operador  $\vec{E}(0) = -i\vec{e}_x E_0(\mathbf{a} - \mathbf{a}^\dagger)$ , donde  $\mathbf{a}^\dagger$  y  $\mathbf{a}$  son operadores de creación y destrucción de fotones. Aquí supusimos que la cavidad está orientada a lo largo del eje  $z$ , con paredes en  $z = 0$  y  $z = L$  y que el campo está linealmente polarizado. La amplitud del campo eléctrico en el vacío es  $E_0 = \sqrt{\hbar\omega/2\epsilon_0 V}$ . Como dijimos más arriba, el operador momento dipolar eléctrico

del átomo tiene elementos de matriz no nulos entre los estados  $|g\rangle$  y  $|e\rangle$ , es decir,

$$\mathbf{d}_x = d_0(|e\rangle\langle g| + |g\rangle\langle e|). \quad (15.13)$$

Entonces el hamiltoniano de interacción puede escribirse como

$$\mathbf{H}_{int} = -i\hbar\gamma(\sigma_- + \sigma_+)(\mathbf{a} - \mathbf{a}^\dagger), \quad (15.14)$$

donde  $\hbar\gamma = d_0E_0$ . En otras palabras,  $\gamma$  es una frecuencia característica que aparece en el problema y que está definida como  $\gamma = d_0\sqrt{\omega/\hbar\epsilon_0V}$  (recordemos que  $d_0 = eR_B n^2$ ). En este hamiltoniano, y en lo que sigue, hemos omitido el producto tensorial  $\otimes$  entre los operadores, ya que es evidente que  $\sigma$  y  $\mathbf{a}$  actúan sobre subespacios distintos.

En conclusión, el modelo simplificado de un átomo de dos niveles en interacción con un modo del campo electromagnético atrapado en una cavidad se describe mediante el siguiente hamiltoniano

$$\begin{aligned} \mathbf{H} &= \mathbf{H}_A + \mathbf{H}_C + \mathbf{H}_{int} \\ \mathbf{H}_A &= \hbar\omega_A\sigma_z \\ \mathbf{H}_C &= \hbar\omega_C(\mathbf{a}^\dagger\mathbf{a} + 1/2) \\ \mathbf{H}_{int} &= -i\hbar\gamma(\sigma_- + \sigma_+)(\mathbf{a} - \mathbf{a}^\dagger). \end{aligned} \quad (15.15)$$

## 15.5. El modelo de Jaynes-Cummings

Para resolver este problema es conveniente realizar una aproximación cuya naturaleza se comprende si trabajar en la representación de interacción tomando  $\mathbf{H}_0 = \mathbf{H}_A + \mathbf{H}_C$  (luego volveremos a la representación de Schroedinger). Haciendo esto (y denotando  $\mathbf{H}_{int,I} = \mathbf{U}_0^\dagger \mathbf{H}_{int} \mathbf{U}_0$ ) obtenemos que

$$\mathbf{H}_{int,I} = -i\hbar\gamma(\sigma_- e^{-i\omega_A t} + \sigma_+ e^{+i\omega_A t})(\mathbf{a} e^{-i\omega_C t} - \mathbf{a}^\dagger e^{i\omega_C t}) \quad (15.16)$$

Como vimos para las zonas de Ramsey, en este hamiltoniano aparecen términos que oscilan con frecuencias  $(\omega_C \pm \omega_A)$ . Si nuevamente realizamos aproximación de la onda rotante y definimos la sintonía como  $\Delta = \omega_A - \omega_C$  (a secas sin subíndices), tenemos que el hamiltoniano es aproximadamente

$$\mathbf{H}_{int,I} \approx -i\hbar\gamma(\sigma_+ \mathbf{a} e^{i\Delta t} - \sigma_- \mathbf{a}^\dagger e^{-i\Delta t}). \quad (15.17)$$

Si volvemos a la representación de Schroedinger vemos que este hamiltoniano se origina en el siguiente hamiltoniano de interacción

$$\mathbf{H}_{int} \approx \mathbf{H}_{JC} = -i\hbar\gamma(\sigma_+ \mathbf{a} - \sigma_- \mathbf{a}^\dagger). \quad (15.18)$$

Este hamiltoniano define el modelo que usaremos en este capítulo para describir la interacción entre el átomo de dos niveles y los fotones de la cavidad. Su interpretación es sencilla: contiene un término  $\sigma_+ \mathbf{a}$  que induce la destrucción de

un fotón y la excitación del átomo y otro término  $\sigma_- a^\dagger$  que induce la creación de un fotón a expensas de la energía del átomo. Es decir, el hamiltoniano a resolver es

$$\begin{aligned} \mathbf{H} &= \mathbf{H}_A + \mathbf{H}_C + \mathbf{H}_{JC} \\ \mathbf{H}_{JC} &= -i\hbar\gamma(\sigma_+ \mathbf{a} - \sigma_- \mathbf{a}^\dagger), \end{aligned} \quad (15.19)$$

dónde  $\mathbf{H}_A$  y  $\mathbf{H}_C$  no cambian con respecto a la sección anterior.

Este model, llamado de Jaynes-Cummings, es suficientemente sencillo como para admitir una solución exacta pero describe un física muy rica y es aplicable a situaciones realistas de interés experimental.

### 15.5.1. Solución del modelo de Jaynes-Cummings

La solución del modelo de Jaynes-Cummings puede hacerse en forma exacta. Para eso conviene escribir el hamiltoniano  $\mathbf{H}$  en la base del autoestados de  $\mathbf{H}_0 = \mathbf{H}_A + \mathbf{H}_C$ . Esta base es

$$\mathcal{B} = \{|g, n\rangle, |e, n\rangle, n \geq 0\},$$

donde el primer indice indica el estado de átomo y el segundo del campo. El campo es descrito por estados con  $n$  fotones, o sea, cumplen que  $N|n\rangle = \mathbf{a}^\dagger \mathbf{a}|n\rangle = n|n\rangle$ . Por simplicidad hemos omitido el símbolo del producto tensorial  $\otimes$  simplificando  $|g/e\rangle \otimes |n\rangle \equiv |g/e, n\rangle$ .

La solución puede encontrarse siguiendo los siguientes pasos:

**Estado fundamental.** En primer lugar identificaremos el estado fundamental de  $\mathbf{H}$ . Para hacer esto comenzamos con el estado fundamental de  $\mathbf{H}_0 = \mathbf{H}_A + \mathbf{H}_C$ , que es  $|g, 0\rangle$ . Vemos ahora el efecto de el termino de interacción  $\mathbf{H}_{JC}$  sobre este estado. En efecto se da que

$$\mathbf{H}_{JC}|g, 0\rangle = 0.$$

Esto se deduce usando que  $\mathbf{a}|0\rangle = 0$  y  $\sigma_-|g\rangle = 0$ . En consecuencia, como  $|g, 0\rangle$  es autoestado de  $\mathbf{H}_0$  con el menor autovalor posible y es autoestado de  $\mathbf{H}_{JC}$  con autovalor nulo, es el estado fundamental de  $\mathbf{H}$ . El autovalor asociado a  $|g, 0\rangle$  es el mismo que el autovalor para  $H_0$ , es decir:  $H_T|g, 0\rangle = E^{(0)}|g, 0\rangle$  con

$$E_{g,0}^{(0)} = -\frac{\hbar\Delta}{2}.$$

dónde  $\Delta = \omega_A - \omega_C$  es la desintonía entre el átomo y la cavidad.

**Subespacios invariantes.** El resto de los vectores de la base  $\mathcal{B}$  son autoestados de  $H_0$  pero no son autoestados de  $H_{JC}$ . Sin embargo, veremos que  $H_{JC}$  es diagonal por bloques de  $2 \times 2$  en la base  $\mathcal{B}$ . Para ver esto, podemos considerar los subconjuntos de  $\mathcal{B}$  formados por los vectores

$$\mathcal{B}_n = \{|e, n\rangle, |g, n+1\rangle\},$$

para cada  $n \geq 0$ .

La base  $\mathcal{B}$  es la unión del estado fundamental  $|g, 0\rangle$  y de todos los conjuntos  $\mathcal{B}_n$ . Veamos que  $\mathbf{H}_{JC}$  no mezcla los subespacios generados por cada uno de los conjuntos  $\mathcal{B}_n$ . Es decir, estos subespacios son subespacios invariantes frente a la dinámica del sistema. Un estado que sea combinación lineal de los vectores de la base  $\mathcal{B}_n$  evolucionará en otro que también sea combinación lineal de esos vectores.

Para ver que los subespacios generados por los vectores de  $\mathcal{B}_n$  son invariantes basta con notar que al aplicar el hamiltoniano  $\mathbf{H}_{JC}$  al vector  $|e, n\rangle$  obtenemos un vector proporcional a  $|g, n+1\rangle$  (y viceversa). De esto surge que los espacios generados por  $\mathcal{B}_n$  no están conectados entre sí. Los elementos de la matriz de  $\mathbf{H}$  en cada uno de esos subespacios son:

$$\mathbf{H}_n = \hbar \begin{pmatrix} (n+1)\omega_C + \Delta/2 & -i\gamma\sqrt{n+1} \\ i\gamma\sqrt{n+1} & (n+1)\omega_C - \Delta/2 \end{pmatrix}.$$

Para demostrar esta última identidad hay que usar que los operadores de creación y destrucción satisfacen  $\mathbf{a}|n\rangle = \sqrt{n}|n-1\rangle$  y  $\mathbf{a}^\dagger|n\rangle = \sqrt{n+1}|n+1\rangle$ .

**Los estados excitados.** Para determinar los autoestados y autoenergías de los estados excitados debemos diagonalizar las matrices de  $\mathbf{H}$  restringida al subespacio  $\mathcal{B}_n$ . Esto es muy sencillo. Podemos inclusive resolverlo sin hacer ninguna cuenta, sino utilizando los conocimientos que adquirimos hasta ahora. Como  $\mathbf{H}_n$  es una matriz de  $2 \times 2$ , se puede escribir como combinación lineal de la identidad  $\mathbb{1}$  y de las matrices de Pauli. En efecto:

$$\begin{aligned} \mathbf{H}_n &= \hbar\omega_C(n+1)\mathbb{1} + \frac{\hbar\Delta}{2}\sigma_z + \gamma\sqrt{n+1}\sigma_y. \\ &= a_n\mathbb{1} + \vec{b}_n \cdot \vec{\sigma}, \end{aligned}$$

donde definimos la constante  $a_n = \hbar\omega_C(n+1)$  y el vector  $\vec{b}_n = \vec{e}_z\Delta/2 + \vec{e}_y\gamma\sqrt{n+1}$ . Escrito así, es inmediato ver que los autovalores del operador  $\mathbf{H}_n$ , y los proyectores asociados a dichos autovalores son

$$\begin{aligned} E_{n,\pm} &= a_n \pm |\vec{b}_n| \\ \mathbf{P}_{n,\pm} &= \frac{1}{2} \left( \mathbb{1} \pm \frac{\vec{b}}{|\vec{b}|} \cdot \vec{\sigma} \right). \end{aligned}$$

Esto surge de los visto sobre autovalores y autovectores de operadores que se escriben como combinación lineal de matrices de Pauli y surge del hecho de que  $(\vec{b} \cdot \vec{\sigma})^2 = |\vec{b}|^2$ . De manera más explícita, podemos escribir

$$\begin{aligned} E_{n\pm} &= \hbar\omega_C(n+1) \pm \hbar\sqrt{\frac{\Delta^2}{4} + \gamma^2(n+1)}, \\ \mathbf{P}_{n,\pm} &= \frac{1}{2} \left( \mathbb{1} \pm \frac{1}{\sqrt{\frac{\Delta^2}{4} + \gamma^2(n+1)}} \left( \frac{\Delta}{2}\sigma_z + \gamma\sqrt{(n+1)}\sigma_y \right) \right) \quad (15.20) \end{aligned}$$

Analizaremos en lo que sigue dos casos límites relevantes: a) el caso resonante  $\Delta = 0$  y b) el caso muy fuera de la resonancia  $\Delta \gg g$ .

### 15.5.2. Interacción resonante

En el caso resonante el átomo y la cavidad tienen la misma frecuencia (o sea  $\Delta = 0$ ). En ese caso los autovalores y autovectores son

$$\begin{aligned} E_{n\pm} &= \hbar\omega_C(n+1) \pm \gamma\sqrt{n+1}, \\ \mathcal{P}_{n,\pm} &= \frac{1}{2}(\mathbb{1} \pm \sigma_y) \end{aligned}$$

En consecuencia, los autoestados del  $H_n$  son autoestados de  $\sigma_y$ , que pueden escribirse como:

$$|\phi_{n\pm}\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}(|e, n\rangle \pm i|g, n+1\rangle).$$

De lo que acabamos de hacer surge un resultado notable. Si el sistema es preparado inicialmente en alguno de los dos vectores de  $\mathcal{B}_n$  la evolución temporal es tal que a tiempos posteriores el estado oscila coherentemente entre el estado inicial y el otro estado de la base  $\mathcal{B}_n$  de la siguiente manera:

$$\begin{aligned} |e, n\rangle &\rightarrow e^{-i(n+1)\omega_C t} \left( \cos \Omega_n t |e, n\rangle + \sin \Omega_n t |g, n+1\rangle \right) \\ |g, n+1\rangle &\rightarrow e^{-i(n+1)\omega_C t} \left( -\sin \Omega_n t |e, n\rangle + \cos \Omega_n t |g, n+1\rangle \right). \end{aligned}$$

La frecuencia de la oscilación coherente es  $\Omega_n = \gamma\sqrt{n+1}$ . Esta frecuencia depende del número de fotones por vía del factor  $\sqrt{n+1}$ .

Escribimos, a partir de las ecuaciones anteriores, la forma general del operador de evolución temporal. Dado que el hamiltoniano  $H_n$  genera una rotación alrededor del eje  $\vec{e}_y$ , entonces el operador de evolución restringido al subespacio generado por la base  $\mathcal{B}_n$  es

$$\begin{aligned} U_n(\Omega_n t) &= e^{-i(n+1)\omega_C t} \left( \cos \Omega_n t \mathbb{1} - i\sigma_y \sin \Omega_n t \right) \\ &= e^{-i(n+1)\omega_C t} \begin{pmatrix} \cos \Omega_n t & -\sin \Omega_n t \\ \sin \Omega_n t & \cos \Omega_n t \end{pmatrix}. \end{aligned}$$

Este operador depende del producto  $\Omega_n t$ . Para distintos valores de este producto, el efecto de la interacción es drásticamente distinto. Es por eso que controlando el tiempo de interacción podemos lograr que el sistema evolucione de manera muy diferente. Algunos ejemplos particularmente relevantes son los denominados “pulsos- $\frac{\pi}{2}$ ”, “pulsos- $\pi$ ” y “pulso- $2\pi$ ”. Estos corresponden los tiempos de evolución en los que el vector que representa al estado en la esfera de Bloch rotan en

esos ángulos respectivamente.

$$\begin{aligned}
 U_n(\pi/2) &= \frac{1}{\sqrt{2}} e^{-i\pi \frac{(n+1)\omega_C}{\Omega_n}} \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}, \\
 U_n(\pi) &= e^{-i2\pi \frac{(n+1)\omega_C}{\Omega_n}} \begin{pmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \\
 U_n(2\pi) &= e^{-i4\pi \frac{(n+1)\omega_C}{\Omega_n}} \begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}.
 \end{aligned}$$

En lo que sigue, omitiremos la fase que aparece frente a los operadores que definen a estos tres pulsos y nos referiremos a ellos como “pulso- $\frac{\pi}{2}$ ”, “pulso- $\pi$ ”, etc. Como dijimos, la notación está inspirada en el hecho de que el operador  $U_n(\phi)$  rota el vector que representa al estado en la esfera de Bloch en un ángulo  $\phi$ . El factor  $\Omega t$  sin embargo toma la mitad del valor que le da nombre al operador  $\Omega t = \{\pi/4, \pi/2, \pi\}$  correspondientemente.

Los operadores de evolución para cada uno de estos “pulsos” representan acciones físicas que ejecutamos sobre el sistema. Estas se implementan implementamos controlando el tiempo de interacción o la intensidad del campo.

Es interesante notar que si preparamos el estado  $|e, n\rangle$  luego de un cierto tiempo obtendremos el estado  $|g, n+1\rangle$  en el cual el átomo a “decaído” al nivel fundamental emitiendo un fotón. Sin embargo, este decaimiento es totalmente reversible. En efecto, la presencia de la cavidad hace que este fotón no pueda escapar e interactúe nuevamente con el átomo. En este proceso, la evolución se revierte y la energía es reabsorbida por el átomo: después de un cierto tiempo, el estado del conjunto volverá a ser  $|e, n\rangle$ . Las oscilaciones son análogas a las oscilaciones de Rabi y tienen importantes implicancias físicas que serán estudiadas en ejemplos posteriores.

### 15.5.3. Interacción no resonante

Ahora estudiaremos el caso en que la desintonía entre el átomo y la cavidad es grande, o sea cuando  $|\Delta| \gg g$ . En este caso, en la expresión 15.20 para la energía podemos hacer la aproximación  $\sqrt{\frac{\Delta^2}{4} + \gamma^2(n+1)} \approx \frac{\Delta}{2}(1 + 2(n+1)\frac{\gamma^2}{\Delta^2})$ . Entonces, los autovalores de  $\mathbf{H}_n$  son

$$E_{\pm, n} = \hbar\omega_C(n+1) \pm \left( \hbar\frac{\Delta}{2} + \hbar\frac{\gamma^2}{\Delta}(n+1) \right).$$

Si la desintonía es positiva ( $\Delta = \omega_A - \omega_C \geq 0$ ) entonces  $E_{+, n} \geq E_{-, n}$  y los estados  $|\pm, n\rangle$  coinciden respectivamente con los autoestados de  $\mathbf{H}_0$ :  $|+, n\rangle = |e, n\rangle$  y  $|-, n\rangle = |g, n+1\rangle$ . En cambio, si la desintonía es negativa el orden de las energías se invierte ya que  $E_{n,-} \geq E_{n,+}$  y el estado de mayor energía es  $|+, n\rangle = |g, n+1\rangle$  en lugar de  $|e, n\rangle$ .

La dependencia general de la energía en función de la desintonía puede verse en la figura 15.2 en la que también se incluyen los autoestados en los casos límites.

Es importante notar que, en este límite, la interacción entre el átomo y el campo no modifica los autoestados del hamiltoniano (que siguen siendo aproximadamente los autoestados de  $\mathbf{H}_0$ ). El efecto no trivial de la interacción es cambiar la energía

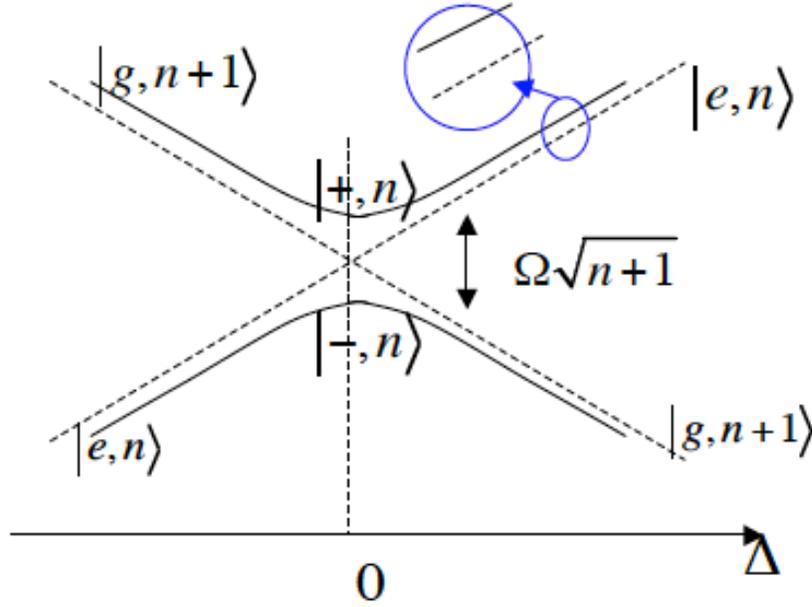


Figura 15.2: Los niveles de energía del hamiltoniano de Jaynes-Cummings en función de la desintonía. Para desintonías grades, la energía crece o decrece de modo aproximadamente lineal según el estado y el signo de la desintonía. En líneas punteadas se indica las energías de los estados en el caso en que no hay interacción. En el caso resonante los autoestados son combinaciones lineales de  $|e, n\rangle$  y  $|g, n+1\rangle$  mientras que en el caso de alta desintonía los autoestados son estos dos vectores (dependiendo del signo de la desintonía, uno u otro puede ser el de mas baja energía).

de estos estados. El cambio en la energía es no trivial ya que depende del número de fotones y del estado del átomo. Para  $\Delta \geq 0$  para cada uno de los estados  $|e, n\rangle$  y  $|g, n+1\rangle$  podemos calcular la diferencia entre el autovalor de  $\mathbf{H}_T$  y el autovalor de  $\mathbf{H}_0$ . Este es el cambio en la energía de los estados debido a la interacción con el campo. A partir de las expresiones anteriores es fácil vemos que

$$\Delta E_{e,n} = E_{+,n} - E_{e,n}^{(0)} = \hbar \frac{\gamma^2}{\Delta} (n+1) \quad (15.21)$$

$$\Delta E_{g,n} = E_{-,n-1} - E_{g,n}^{(0)} = -\hbar \frac{\gamma^2}{\Delta} n, \quad (15.22)$$

La última expresión muestra que para  $n = 0$  la energía del estado fundamental  $|g, 0\rangle$  no cambia (o sea,  $\Delta E_{g,0} = 0$ ).

#### 15.5.4. El corrimiento de Lamb y el desfasaje inducido por cada fotón

El último resultado, particular la ecuación 15.21 esconde un fenómeno bastante notable: En ausencia de fotones en la cavidad ( $n = 0$ ), la energía del estado excitado

también cambia. La energía del estado  $|e, 0\rangle$  no corresponde al autovalor de  $\mathbf{H}_0$  sino que es incrementada por  $\hbar\gamma^2/\Delta$ , ¡y esto ocurre en el vacío! Es decir, el vacío electromagnético produce un cambio en la energía del nivel  $|e\rangle$ . En efecto, para  $n = 0$  vemos que el corrimiento de la energía del estado  $|e\rangle$  es

$$\Delta E_{e,0} = \hbar \frac{\gamma^2}{\Delta}$$

Este cambio de energía debido a la interacción del átomo con el campo en el estado de vacío se denomina corrimiento de Lamb.

Por otra parte, vemos que en presencia de  $n$  fotones, los estados  $|e\rangle$  y  $|g\rangle$  se desfasan a un ritmo que es igual a  $\xi = 2\gamma^2/\Delta$  por cada fotón presente en la cavidad. En efecto,  $\xi$  es el corrimiento de fase por fotón. Este resultado es muy importante desde el punto de vista físico y tiene una gran cantidad de aplicaciones que analizaremos en los siguientes experimentos.

El caso no resonante, también es denominado dispersivo, en analogía con la propagación de ondas electromagnéticas en medio materiales. En este caso los estados no cambian, solo se modifican sus energías. Es decir, la evolución de los vectores de la base  $\mathcal{B}_n$  es

$$\begin{aligned} |e, n\rangle &\rightarrow e^{-i\frac{E_{e,n}^{(0)}}{\hbar}t} |e, n\rangle e^{-i\frac{\gamma^2}{\Delta}(n+1)t} \\ |g, n\rangle &\rightarrow e^{-i\frac{E_{g,n}^{(0)}}{\hbar}t} |g, n\rangle e^{+i\frac{\gamma^2}{\Delta}nt}. \end{aligned} \quad (15.23)$$

Podemos reescribir esto de una manera diferente, absorbiendo el corrimiento Lamb en un nuevo hamiltoniano  $H'_0$  que está definido como  $H'_0 = \mathbf{H}_0 + \hbar\frac{\gamma^2}{\Delta}|e\rangle\langle e|$ . En este caso, las expresiones anteriores se reducen a

$$\begin{aligned} |e, n\rangle &\rightarrow e^{-i\frac{E'_{e,n}}{\hbar}t} |e, n\rangle e^{-i\frac{\gamma^2}{\Delta}nt} \\ |g, n\rangle &\rightarrow e^{-i\frac{E'_{g,n}}{\hbar}t} |g, n\rangle e^{+i\frac{\gamma^2}{\Delta}nt}. \end{aligned} \quad (15.24)$$

A partir de estas expresiones, resulta evidente que si pasamos a una representación de interacción con el hamiltoniano libre  $H'_0$  (es decir, si definimos los estados  $|\phi\rangle_I = \exp(iH'_0 t/\hbar)|\phi\rangle$ ) los estados en esa representación evolucionan como

$$\begin{aligned} |e, n\rangle_I &\rightarrow |e, n\rangle_I e^{-i\frac{\gamma^2}{\Delta}nt} \\ |g, n\rangle_I &\rightarrow |g, n\rangle_I e^{+i\frac{\gamma^2}{\Delta}nt}. \end{aligned} \quad (15.25)$$

O sea, la interacción con el campo introduce un desfase entre los estados  $|e, n\rangle_I$  y  $|g, n\rangle_I$  que es igual a  $2\gamma^2/\Delta$  por cada fotón presente en la cavidad. En este caso, el

operador de evolución en la base formada por los vectores  $\{|g, 0\rangle_I, |e, 0\rangle_I, |g, 1\rangle_I, |e, 1\rangle_I\}$  es

$$U_{NR}(\phi) = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & e^{i\phi} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & e^{-i\phi} \end{pmatrix},$$

$$\phi = \frac{\gamma^2}{\Delta} t$$

En la representación de Schroedinger, la evolución del sistema formado por el átomo y el campo puede obtenerse combinando tres operaciones: dos operaciones “locales” que afectan al átomo y al campo por separado y una interacción que está descrita por el operador  $U_{NR}$ . Es decir:

$$U(t) = (U_{0,A} \otimes \mathbb{1}_C)(\mathbb{1}_A \otimes U_{0,C})U_{NR}$$

donde  $U_{0,A} = \exp(-iH'_0 t/\hbar)$  y  $U_{0,C} = \exp(-i\omega_C t(n + 1/2))$ .

## 15.6. Experimentos con átomos y fotones

### 15.6.1. Evidencia directa de la cuantización del campo electromagnético

La primera evidencia directa de la cuantización del campo electromagnético en una cavidad fue obtenida en un experimento notable de Serge Haroche y sus colaboradores (ver Phys. Rev. Lett. 76, 1800 (1996) y Physics Today 51,36 (1997)). El experimento puede describirse y comprenderse utilizando los elementos que vimos hasta aquí. Consideramos un átomo de dos niveles que inicialmente es preparado en el estado  $|\phi_A(0)\rangle = |e\rangle$  (este estado puede prepararse a partir del estado  $|g\rangle$  aplicando un pulso apropiado en la zona de Ramsey  $R_1$ ). Por su parte, el estado inicial del campo en la cavidad es un estado coherente  $|\alpha\rangle$  (que puede prepararse a partir del estado de vacío  $|0\rangle$  aplicando un campo de radio frecuencias en la cavidad. En consecuencia el estado del sistema compuesto por el átomo y el campo es

$$|\psi_{AC}(0)\rangle = |e, \alpha\rangle$$

El átomo atraviesa la cavidad en la que está almacenado el campo. El átomo y la cavidad están en resonancia (o sea  $\Delta = \omega_A - \omega_C = 0$ ). El tiempo de tránsito del átomo en la cavidad (que denotaremos como  $t$ ) puede ser controlado variando la velocidad del haz de átomos. Veremos que midiendo el estado del átomo a la salida podemos obtener una señal clara de la estadística de los fotones dentro de la cavidad y demostrar que dicha estadística corresponde a la distribución de Poisson que caracteriza unívocamente a los estados coherentes. Analizaremos esta situación en las siguientes etapas:

1. Primero calcularemos el estado del sistema formado por el átomo y el campo después de un tiempo de interacción  $t$ . En el instante inicial, el estado del átomo y el campo es  $|\Psi_{AC}(0)\rangle = |e\rangle_A \otimes |\alpha\rangle_C$ . Teniendo en cuenta que

$$|\alpha\rangle = e^{-|\alpha|^2/2} \sum_{n \geq 0} \frac{\alpha^n}{\sqrt{n!}} |n\rangle$$

Este estado puede reescribirse como

$$|\Psi_{AC}(0)\rangle = e^{-|\alpha|^2/2} \sum_{n \geq 0} \frac{\alpha^n}{\sqrt{n!}} |e, n\rangle.$$

Como vimos más arriba, un estado inicial  $|e, n\rangle$  evoluciona en una combinación lineal de los estados  $|e, n\rangle$  y  $|g, n+1\rangle$ . La frecuencia de dicha oscilación es  $\Omega_n = \gamma\sqrt{n+1}$ . Por lo tanto, el estado del sistema compuesto resulta ser

$$|\Psi_{AC}(t)\rangle = e^{-|\alpha|^2/2} \sum_{n \geq 0} \frac{\alpha^n}{\sqrt{n!}} (\cos(\Omega_n t) |e, n\rangle + \sin(\Omega_n t) |g, n+1\rangle).$$

Por lo tanto, el campo y el átomo están en un estado entrelazado. :

2. Calculemos ahora la probabilidad de detectar al átomo en el estado  $|e\rangle$  (esta medición se realiza en el detector que ioniza selectivamente al átomo y que produce una señal sólo si el átomo está en el estado  $|e\rangle$ ).

Para obtener la probabilidad de detectar al átomo en el estado  $|e\rangle$  debemos calcular el valor medio del proyector  $P_e = |e\rangle\langle e| \otimes \mathbb{1}$  en el estado del conjunto átomo–campo. Esto es:

$$\text{Prob}(|e\rangle, t) = e^{-|\alpha|^2} \sum_{n \geq 0} \frac{|\alpha|^{2n}}{n!} \cos^2(\Omega_n t). \quad (15.26)$$

Esta probabilidad depende de  $\alpha$  y del tiempo de interacción. En particular, para  $\alpha = 0$  el único término que contribuye en la sumatoria es el  $n = 0$ . En efecto, en ese caso tenemos que la probabilidad oscila con una frecuencia  $\Omega_0$ :

$$\text{Prob}(|e\rangle, t)|_{\alpha=0} = \cos^2(\Omega_0 t).$$

Estas oscilaciones son inducidas por la interacción entre el átomo y el vacío o electromagnético y se denominan “oscilaciones de Rabi de vacío”. Fueron observadas por primera vez en 1996. Para otros valores de  $\alpha$  la probabilidad de detección del átomo en el estado  $|e\rangle$  nos brinda una gran información. En efecto, cada autovalor del operador número en la cavidad contribuye con un término que depende del tiempo con una frecuencia característica  $\Omega_n$  que depende de  $n$  por vía de la relación  $\Omega_n = \gamma\sqrt{n+1}$ . Para revelar estas contribuciones debemos medir la probabilidad para distintos tiempo y luego calcular la transformada de Fourier de esta señal. De este modo obtenemos

directamente la función  $p_n(\alpha)$  definida como aquella tal que  $\text{Prob}(|e\rangle, t) = \sum_{n \geq 0} p_n(\alpha) \cos^2(\Omega_n t)$ . Una vez medida esta función, podemos ver cual es el valor de  $\alpha$  que mejor ajusta la función medida con la que se parametriza de la siguiente manera  $p_n(\alpha) = \exp(-|\alpha|^2) |\alpha|^{2n} / n!$  (la distribución de Poisson). Es interesante graficar esta función para distintos valores de  $\alpha$  (razonablemente chicos) y compararlos con el resultado experimental reportado en el paper de Brune et al (PRL 1996). Los resultados experimentales se muestran en la figura 15.3:

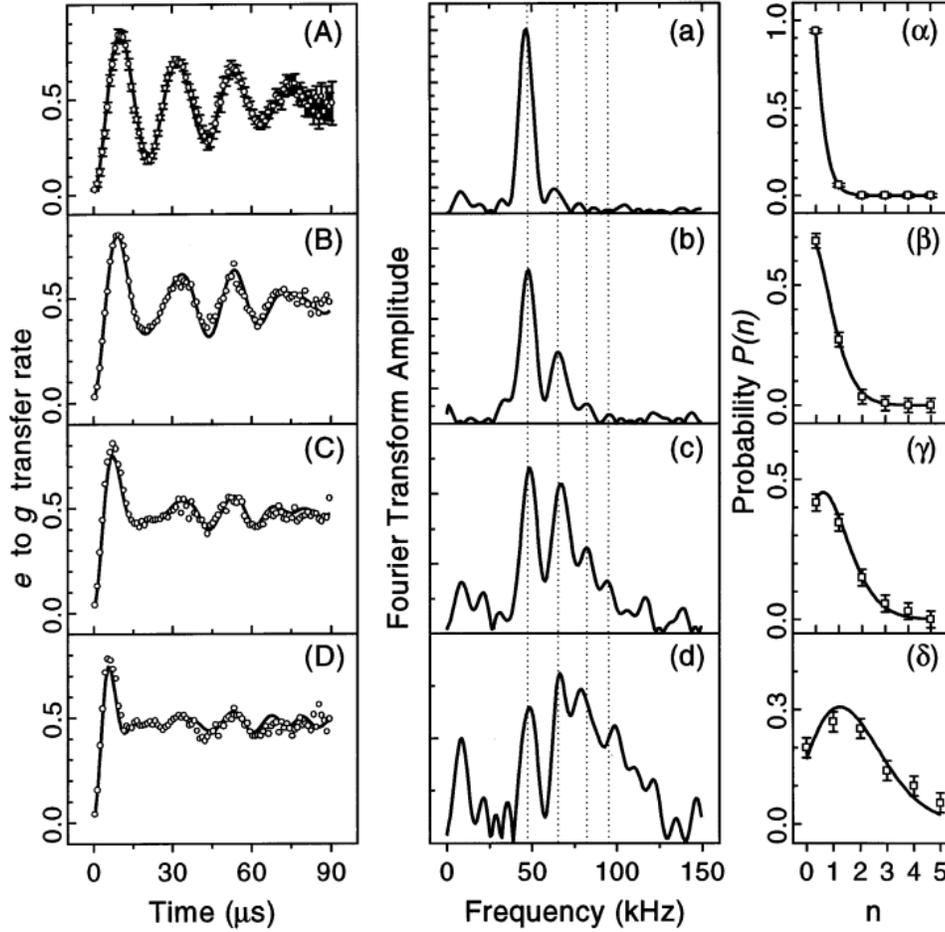


Figura 15.3: En (A – D) se muestra probabilidad que un átomo inicialmente en  $|e\rangle$  sea detectado en el estado  $|g\rangle$  luego de atravesar la cavidad, para distintos valores crecientes del campo  $\alpha$  en la cavidad. El átomo y la cavidad están en resonancia. De probabilidad medida se hace un análisis de Fourier (a–d). Se extrae del este análisis las probabilidades de cada frecuencia asociada a cada número de fotones,  $\nu_n = \sqrt{n} \nu_0$  con  $\nu_0 = 47$  kHz que se grafican en ( $\alpha$  –  $\delta$ ). Así se revela la probabilidad de medir  $n$  fotones en un estado coherente. Todos los resultados pueden ser ajustados por la distribución de Poisson con un único parámetro libre ( $\alpha$ ). Las filas corresponden los valores de  $\alpha = \{0,06(1), 0,40(2), 0,85(4), 1,77(15)\}$ .

### 15.6.2. ¿Cómo entrelazar dos átomos distantes?

Consideremos dos átomos  $A_1$  y  $A_2$ . Veremos que usando los dispositivos descritos más arriba es posible preparar el siguiente estado entrelazado entre los dos átomos:

$$|\phi_{A_1, A_2}\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}(|e_1, g_2\rangle - |g_1, e_2\rangle).$$

Para hacerlo usaremos un haz de dos átomos que no interactúan directamente entre sí. Además usaremos una ideal que resuena con ambos átomos. Los átomos atraviesan la cavidad de a uno e interactúan con el campo electromagnético almacenado en la misma cavidad.

Supondremos que el estado del campo electromagnético dentro de la cavidad es inicialmente el vacío:  $|\Psi_C(0)\rangle = |0\rangle$ . En primer lugar preparamos al primer átomo en un estado  $|\Psi_1(0)\rangle = |e_1\rangle$  (tal como explicamos más arriba, podemos preparar este estado a partir de  $|g\rangle$  usando una zona de Ramsey con el campo apropiadamente elegido). Este átomo pasa por la cavidad durante un tiempo tal que la interacción genera un operador de evolución  $U_n(\pi/2)$ , es decir, recibe un pulso  $-\pi/2$ . Teniendo en cuenta que el estado del campo es el vacío o, el operador de evolución es  $U_0(\pi/2)$  definido más arriba. Al finalizar la interacción el estado del sistema formado por el primer átomo y la cavidad es:

$$|\Psi_{A_1, C}\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}(|e_1, 0\rangle + |g_1, 1\rangle).$$

Una vez producido este estado, se hace incidir al segundo átomo en la cavidad. Este átomo se prepara en el estado  $|g_2\rangle$ . En ese caso se elige el tiempo de interacción tal que el operador de evolución temporal es  $U_0(\pi)$ , es decir, un pulso  $\pi$ . En ese caso el estado del conjunto formado por los dos átomos y la cavidad evolucionará de la siguiente manera

$$\begin{aligned} |\Psi_{A_2, A_1, C}\rangle &= |g_2\rangle \otimes \frac{1}{\sqrt{2}}(|e_1, 0\rangle + |g_1, 1\rangle) \\ &\rightarrow \frac{1}{\sqrt{2}}(|g_2, e_1, 0\rangle - |e_2, g_1, 0\rangle) \\ &= \frac{1}{\sqrt{2}}(|g_2, e_1\rangle - |e_2, g_1\rangle) \otimes |0\rangle_C \end{aligned}$$

En este esquema, el estado final del campo en la cavidad es el estado de vacío o (o sea, el estado final del campo es igual al estado inicial). En efecto, el único rol del campo es actuar de intermediario entre los dos átomos. Los átomos se entrelazan pese a que no interactúan directamente entre sí. Su interacción está mediada por el campo en la cavidad.

Este experimento fue hecho por primera vez en 1997. Los resultados fueron publicados en Phys. Rev. Lett. 79,1 (1997). Aunque el estado entrelazado que generaron en ese experimento no llegó a violar las desigualdades de Bell, fue el primer paso en demostrar un método para entrelazar dos átomos distantes. En este

caso, estaban separados por un par de centímetros, (un pequeño paso para el hombre, un paso enorme para un átomo). Hoy en día, se han hecho un sinnúmero de experimentos utilizando estas ideas en las que se entrelazan átomos aún más lejanos, separados por kilómetros y con grados de pureza que superan el 99.9%. Con ellos se ha demostrado la violación de las desigualdades de Bell y se estudia cómo realizar comunicación y computación cuántica.

### 15.6.3. ¿Cómo entrelazar el campo electromagnético entre dos cavidades distantes?

El experimento que describimos en esta sección, pasó del plano imaginario al real en 2019, los resultados fueron publicados en Phys. Rev. Lett. 123, 060404 (2019). Para este experimento fue necesario tener dos cavidades a disposición. El objetivo es preparar un estado del campo electromagnético que esté entrelazado entre ambas cavidades del siguiente modo

$$|\Psi_{C_1, C_2}\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}(|0_1, 1_2\rangle + |1_1, 0_2\rangle).$$

Para preparar este estado vamos a utilizar un único átomo, que atraviesa las dos cavidades. Nuevamente, no hay interacciones directas entre los fotones en ambas cavidades pero hay interacciones de ambos con el átomo. De este modo, el átomo actúa como mediador de la interacción entre los campos almacenados en ambas cavidades.

Supondremos que las dos cavidades son idénticas y ambas resuenan con el átomo. El estado inicial del campo electromagnético dentro de ambas cavidades es vacío:

$$|\Psi_{C_1, C_2}\rangle = |0_1, 0_2\rangle.$$

En primer lugar preparamos al átomo en el estado  $|\phi_A\rangle = |e\rangle$  (que se obtiene a partir de  $|g\rangle$  usando la zona de Ramsey). Luego el átomo pasa por la primera cavidad durante un tiempo tal que la interacción entre ambos genera un operador de evolución temporal  $U_0(\frac{\pi}{2})$  (un pulso  $\pi/2$ ). Al finalizar la interacción entre el átomo y la primera cavidad, el estado del sistema formado por el átomo y las dos cavidades es:

$$|\Psi_{A, C_1, C_2}\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}(|e, 0_1, 0_2\rangle + |g, 1_1, 0_2\rangle).$$

Seguidamente enviamos el mismo átomo por la segunda cavidad de modo tal que la interacción entre ambos es un pulso  $\pi$ , o sea, el operador de evolución temporal es  $U_0(\pi)$  definido más arriba. El estado del sistema compuesto por el átomo y las dos cavidades se transforma en:

$$\begin{aligned} |\Psi_{A, C_1, C_2}\rangle &= \frac{1}{\sqrt{2}}(|g, 0_1, 1_2\rangle + |g, 1_1, 0_2\rangle) \\ &= \frac{i}{\sqrt{2}}|g\rangle \otimes \frac{1}{\sqrt{2}}(|0_1, 1_2\rangle + |1_1, 0_2\rangle) \end{aligned} \quad (15.27)$$

Es decir, el estado final del átomo es  $|g\rangle$  lo cual implica que el átomo entrega su energía para producir un fotón. Pero ese fotón no está en una cavidad o en la otra sino en ambas a la vez.

#### 15.6.4. ¿Cómo transferir el estado de un átomo a la cavidad (y viceversa)?

Este experimento, también conocido como “memoria cuántica” fue hecho por primera vez en 1997 y los resultados fueron publicados en Phys. Rev. Lett. 79, 769 (1997). La idea es, como dice el título, transferir el estado de un átomo a la cavidad (la memoria) y luego recuperarlo con otro átomo que pase por ella un tiempo después.

Supongamos que tenemos un átomo en un estado arbitrario y una cavidad vacía. Es decir, el estado inicial del sistema conjunto es

$$|\psi_{AC}(0)\rangle = (\alpha|e\rangle + \beta|g\rangle) \otimes |0\rangle$$

Es fácil ver que si el átomo atraviesa la cavidad de modo tal que la evolución es un pulso  $\pi$ , que está descripto por el operador  $U_0(\pi)$ , el estado final resulta ser

$$|\psi_{AC}(t)\rangle = |g\rangle \otimes (\alpha|1\rangle + \beta|0\rangle).$$

Es decir, esta operación “transfiere” el estado del átomo a la cavidad. El estado final del átomo es  $|g\rangle$  y el de la cavidad está definido por los coeficientes arbitrarios  $\alpha$  y  $\beta$ .

La operación inversa es también obviamente válida. Si tenemos un estado inicial de la forma

$$|\psi'_{AC}(0)\rangle = |g\rangle \otimes (\alpha|0\rangle + \beta|1\rangle),$$

entonces la aplicación de un pulso  $\pi$  dará lugar al estado

$$|\psi'_{AC}(t)\rangle = (\alpha|g\rangle - \beta|e\rangle) \otimes |0\rangle.$$

El signo negativo en el segundo término de la ecuación anterior no es un problema: si en lugar de un pulso  $\pi$  aplicamos un pulso  $3\pi$  tendremos que el signo se transforma y el estado del átomo resulta ser  $\alpha|g\rangle + \beta|e\rangle$ .

#### 15.6.5. ¿Cómo detectar un fotón sin absorberlo?

Usando los ingredientes introducidos hasta ahora podemos desarrollar un método novedoso para detectar fotones. En efecto, las técnicas que se utilizan habitualmente para detectar fotones se basan en que la energía transportada por estos es absorbida y genera una corriente eléctrica (esto ocurre en un fotodetector). Pero, naturalmente, el fotón desaparece al ser detectado ya que es absorbido. Hasta el surgimiento de las técnicas descriptas en este capítulo no existían métodos que permitieran detectar la presencia de un fotón sin absorberlo. Veremos aquí cómo

es posible hacer esto. Este avance representa no solamente un adelanto tecnológico sino también un avance conceptual.

Consideremos una cavidad en la que el estado inicial del campo electromagnético tiene un número entero de fotones bien definido  $n$ . Puede ser uno, dos lo que uno quiera alguna cantidad específica, es decir, está en el estado de Fock  $|n\rangle$ . Veremos que después de la detección, el estado del campo seguirá teniendo el mismo número de fotones.

La medición no destructiva del número de fotones en la cavidad puede realizarse utilizando un átomo de dos niveles. El átomo es preparado inicialmente en un estado

$$|\Psi_A\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}(|g\rangle + |e\rangle).$$

Este estado, como siempre, puede ser preparado a partir del estado  $|g\rangle$  mediante la aplicación de un campo apropiadamente elegido en una zona de Ramsey. El estado del átomo y la cavidad es

$$|\Psi_{A,C}\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}(|g\rangle + |e\rangle) \otimes |n\rangle.$$

Supongamos que la desintonía entre la cavidad y el átomo es alta (es decir, que la frecuencia del átomo es muy diferente de la de la cavidad,  $\Delta \gg \max(|\omega_A|, |\omega_C|)$ ). Como vimos, en este caso los estados  $|e, n\rangle$  y  $|g, n\rangle$  son autoestados del hamiltoniano total pero tienen una fase diferente, que depende de  $n$  de manera no trivial. Por lo tanto, el estado completo del átomo y la cavidad, luego de un tiempo  $t$  es (a menos de una fase global)

$$|\Psi_{A,C}(t)\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}} \left[ \exp\left(-i\frac{\omega_A}{2}t - i(n+1)\frac{\gamma^2}{\Delta}t\right)|e\rangle + \exp\left(i\frac{\omega_A}{2}t + in\frac{\gamma^2}{\Delta}t\right)|g\rangle \right] \otimes |n\rangle$$

Después de atravesar la cavidad, el átomo ingresa en una nueva zona de Ramsey en la cual se induce un operador de evolución temporal (mediante la aplicación de un pulso de radiofrecuencias) que transforma los estados atómicos  $|e\rangle$  y  $|g\rangle$  en  $(|e\rangle \pm |g\rangle)/\sqrt{2}$  respectivamente). , el estado luego de esta operación (que se hace sobre el átomo una vez que este sale de la cavidad) es:

$$|\Psi_{A,C}(t')\rangle = \exp\left(-i\frac{\gamma^2}{2\Delta}t\right) \left[ \cos\left(\frac{\omega_A}{2}t + \frac{\gamma^2}{\Delta}\left(n + \frac{1}{2}\right)t\right)|e\rangle + i \sin\left(\frac{\omega_A}{2}t + \frac{\gamma^2}{\Delta}\left(n + \frac{1}{2}\right)t\right)|g\rangle \right] \otimes |n\rangle$$

Por lo tanto, la probabilidad de detectar al átomo en el estado  $|e\rangle$  es

$$\text{Prob}(|e\rangle, t) = \cos^2\left(\frac{\omega_A}{2}t + \frac{\gamma^2}{\Delta}\left(n + \frac{1}{2}\right)t\right). \quad (15.28)$$

Entonces, midiendo esta probabilidad como función del tiempo  $t$ , que es el tiempo que el átomo pasa en la cavidad, podemos extraer directamente la información

sobre el número de fotones  $n$ . Para hacer esto debemos enviar átomos idénticamente preparados que atraviesan la cavidad de a uno a la vez y hacer distintos experimentos en los que los átomos pasen distinto tiempo en la cavidad.

En todos los casos, el número de fotones dentro de la cavidad permanece constante. Por ese motivo, este procedimiento constituye una medición no destructiva del número de fotones (que no demuele al estado). Es importante notar que esto pasa si el estado es exactamente alguno de los estados de Fock.

Dejamos a los curiosos que piensen, ¿qué pasará si el estado de la cavidad no es de Fock?, ¿qué pasa si por ejemplo el estado de la cavidad está en una superposición de dos estados de Fock distintos?, ¿qué acción tiene la medición del átomo sobre los fotones de la cavidad en este caso?

Este tipo experimentos fueron realizados, también, por el grupo de Haroche, Raimond y Brune en el ENS de París. Los resultados fueron publicados en Nature 448, 889 (2007) y Phys. Rev. Lett. 101, 240402 (2008).

### 15.6.6. ¿Cómo criar un gato de Schrödinger dentro de una cavidad?

Otra de las proezas del grupo de Haroche fue la preparación de estados tipo “gato de Schroedinger” del campo electromagnético dentro de una cavidad. El trabajo fue publicado en Nature 455, 510 (2008). Veremos cómo es posible hacer esto y presentaremos el método para preparar estados de la forma

$$|\Psi_{cat}\rangle = N(|\alpha\rangle + |\alpha'\rangle)$$

donde  $|\alpha\rangle$  y  $|\alpha'\rangle$  son estados coherentes, que representan estados semiclásicos del campo electromagnético en los que los valores medios de los campos son no nulos y oscilan de acuerdo a lo establecido por las ecuaciones de Maxwell. El procedimiento puede resumirse en los siguientes pasos:

1. Se prepara un estado coherente  $|\alpha\rangle$  del campo en la cavidad (lo cual se hace acoplando la cavidad con una fuente de radio frecuencias clásica). Asimismo, se prepara un átomo en el estado  $|\phi_A\rangle = (|e\rangle + |g\rangle)/\sqrt{2}$ , lo cual se logra aplicando un campo convenientemente elegido en la primera zona de Ramsey ubicada a la entrada de la cavidad. Es decir, el estado inicial del sistema formado por el átomo y el campo en la cavidad es:

$$|\Psi(0)\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}(|e\rangle + |g\rangle) \otimes |\alpha\rangle$$

2. Cómo no queremos que los átomos transfieran energía a la cavidad, elegimos que la desintonía entre el átomo y la cavidad sea alta. En este límite, como vimos, la evolución solo generará fases relativas condicionadas a los estados iniciales. Este régimen también se llama *dispersivo*, por analogía de la interacción clásica de la luz con la materia (aunque en este caso no es la luz que atraviesa la materia sino la materia que atraviesa la luz!). Como vimos,

para este escenario autoestados del sistema compuesto son  $|e, n\rangle$  y  $|g, n\rangle$  y su evolución es tal que

$$\begin{aligned} |e, n\rangle &\rightarrow |e, n\rangle e^{-i\omega_C t(n+1/2)} e^{-i\omega_A t/2} e^{-i\delta t(n+1)} \\ |g, n\rangle &\rightarrow |g, n\rangle e^{-i\omega_C t(n+1/2)} e^{i\omega_A t/2} e^{-i\delta t n} \end{aligned} \quad (15.29)$$

dónde  $\delta = \Omega_0^2/\Delta$ . Como consecuencia de esta interacción, el estado del átomo y la cavidad en el instante  $t$  es, a menos de una fase global,

$$|\Psi(t)\rangle = \frac{e^{-|\alpha|^2}}{\sqrt{2}} \left( |e\rangle e^{-i\frac{\omega'_A t}{2}} \sum_n \frac{(\alpha e^{-i\omega_C t} e^{-i\delta t})^n}{\sqrt{n!}} |n\rangle + |g\rangle e^{i\frac{\omega_A t}{2}} \sum_n \frac{(\alpha e^{-i\omega_C t} e^{+i\delta t})^2}{\sqrt{n!}} |n\rangle \right) \quad (15.30)$$

Es decir, el estado del átomo y el campo está entrelazado: el átomo en el estado  $|e\rangle$  se correlaciona con un estado coherente del campo mientras que el átomo en el estado  $|g\rangle$  se correlaciona con otro diferente. Veamos que estados del campo son. Si definimos los estados coherentes de la siguiente manera

$$|\alpha_{\pm}(t)\rangle = e^{-\frac{|\alpha_{\pm}(t)|^2}{2}} \sum_n \frac{\alpha_{\pm}(t)^n}{\sqrt{n!}} |n\rangle$$

con  $\alpha_{\pm}(t) = \alpha \exp(-i\omega_C t \mp i\delta t)$ , el estado del sistema átomo-campo resulta ser

$$|\Psi(t)\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}} \left( e^{-i\frac{\omega'_A t}{2}} |e\rangle \otimes |\alpha_+(t)\rangle + e^{+i\frac{\omega_A t}{2}} |g\rangle \otimes |\alpha_-(t)\rangle \right)$$

Este estado puede reescribirse de la siguiente manera:

$$\begin{aligned} |\Psi(t)\rangle &= \frac{|e\rangle + |g\rangle}{\sqrt{2}} \otimes \left( e^{-i\omega'_A t/2} |\alpha_+(t)\rangle + e^{+i\omega_A t/2} |\alpha_-(t)\rangle \right) \\ &+ \frac{|e\rangle - |g\rangle}{\sqrt{2}} \otimes \left( e^{-i\omega'_A t/2} |\alpha_+(t)\rangle - e^{+i\omega_A t/2} |\alpha_-(t)\rangle \right) \end{aligned}$$

Esta última expresión resulta conveniente para emprender el último paso en la preparación del gato de Schroedinger.

3. Se hace pasar al átomo por una segunda zona de Ramsey en la que los estados  $|e\rangle$  y  $|g\rangle$  evolucionan transformandose en  $(|e\rangle \pm |g\rangle)/\sqrt{2}$  respectivamente. Al salir de la zona de Ramsey el estado del conjunto formado por el átomo y la cavidad es:

$$\begin{aligned} |\Psi(t)\rangle &= |e\rangle \otimes \left( e^{-i\omega'_A t/2} |\alpha_+(t)\rangle + e^{+i\omega_A t/2} |\alpha_-(t)\rangle \right) \\ &+ |g\rangle \otimes \left( e^{-i\omega'_A t/2} |\alpha_+(t)\rangle - e^{+i\omega_A t/2} |\alpha_-(t)\rangle \right) \end{aligned}$$

4. Finalmente se detecta el estado del átomo y se determina si el mismo es  $|e\rangle$  o  $|g\rangle$ . Después de esta medición, el estado del campo queda preparado en una superposición de dos estados coherentes, que describe a un gato de Schroedinger.

Los resultados del experimento pueden verse en la figura 15.4, donde se muestran las funciones de Wigner reconstruidas para un estado tipo gato del campo en la cavidad. Dejamos a los lectores interesados investigar como hicieron para realizar esa reconstrucción.

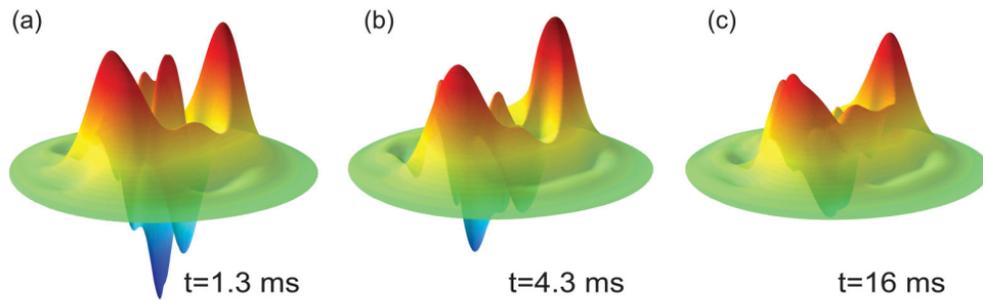


Figura 15.4: Funciones de Wigner de el campo en una cavidad. El campo está en un estado gato (a) que va perdiendo su coherencia a medida que transcurre el tiempo (b,c). Figura extraída de Phys. Today 66, 27 (2013).